التوقعات الذهبية

للاختبار النهائي في الرياضيات

توجيهي الأدبي والشرعي (٢٠٢٢م)

- ✓ اسئلة اختيار من متعدد
- ✓ اسئلة مقاليه
- ✓ المتوقعة للاختبار النهائي ٢٠٢٢م
- ✓ الاسئلة محلولة بالشكل النموذجي

إعداد المعلم/ محمد محمود بريكة

للتواصل/ ٠٥٩٩٩٥١٨٦٧

القسم الأول / أختر الاجابة الصحيحة :-

١) إذا كان ص = س^{٣} ، وتغيرت س من -٢ الى ٣، فإن Δ ص =

أ) -١٩ ب) ١٩ ج) -٣٥ د) ٣٥

٢) إذا كان متوسط تغير الاقتران ق(س) هو ٢، وكان Δ ص = -١٤، فما قيمة Δ س ؟

أ) ٧ ب) ٢٨ ج) -٧ د) -٢٨

٣) إذا كان ق(١) = -١، وكان متوسط تغير الاقتران ق(س) في الفترة [١، ٣] يساوي ٥، ما قيمة ق(٣) ؟

أ) -٩ ب) ٩ ج) -١١ د) ١١

٤) ميل المستقيم القاطع لمنحنى الاقتران ق(س) في النقطتين أ (٠ ، -٢) ، ب (٢ ، ٤) يساوي ؟

أ) -١ ب) ١ ج) -٣ د) ٣

٥) ما متوسط التغير للاقتران ق(س) = $\sqrt{٣س}$ ، علماً بأن س$_{٢}$ = ١٢ ، Δ س = ٩

أ) $\frac{-١}{٣}$ ب) $\frac{١}{٣}$ ج) -٣ د) ٣

٦) إذا كان ق(س)= ٢π + ٥^{٢} ، فإن قَ (٣) =

أ) ٢ ب) ٣ ج) ٢٧ د) صفر

٧) إذا كانت ٣ص = ١٢س ، فإن صَ =

أ) ١٢ ب) ٤ ج) ٣ د) صفر

٨) إذا كان ق(س) = أس^{٢} + ٦س – ٢ ، وكان قَ(-١) = ٠ ، فما قيمة الثابت أ ؟

أ) ٣ ب) -٣ ج) ٤ د) -٤

٩) إذا كان ق (س) = ٢س^{٣} ، وكان هـ (س) = ٥س^{٢} ، أجد (هـ – ق)َ(٢) ؟

أ) -٤ ب) ٤ ج) ٦ د) ٨

١٠) إذا كان ق(س) = $\frac{٣}{٤س^{٢}}$ ، فإن قَ (١) =

أ) $\frac{-٣}{٢}$ ب) $\frac{٣}{٢}$ ج) $\frac{٢}{٣}$ د) $\frac{-٢}{٣}$

١١) إذا كان ق(س)= $\sqrt{س^{٣}}$ ، فإن قَ (١) =

أ) $\frac{-٣}{٢}$ ب) $\frac{٣}{٢}$ ج) $\frac{٢}{٣}$ د) $\frac{-٢}{٣}$

١٢) إذا كانت هـ(س) = √٢ ق(س) + ١ ، وكان قَ(١) = √٢ ، فإن هـَ(١) =

أ) √٢ ب) ٢ ج) ٤ د) ٥

١٣) إذا كان (ق × هـ)َ(٢) = -١٢ ، ق(٢) = ٦ ، هـَ(٢) = -٤ ، ٥هـ(٢) = -١٠ ، فما قيمة قَ(٢) ؟

أ) -٢ ب) ٢ ج) -٦ د) ٦

١٤) إذا كان ق(س) = س^{٢} – ٥ ، هـ(س) = ٣ – ٢س ، ما قيمة $\frac{ن'(١)}{هـ'(١)}$ ؟

أ) -١ ب) ١ ج) -٦ د) ٦

١٥) الاقتران ق(س) = س^{٢} + ٤ س – ٥ له قيمة صغرى محلية تساوي

أ) -٢ ب) ٢ ج) -٩ د) ٩

١٦) إذا كان ق(س) = أس^{٢} + ٨ س + ٩ قيمة صغرى محلية عند س = -٢ ، فإن قيمة الثابت أ يساوي ؟

أ) -١ ب) ٢ ج) ٥ د) ٧

١٧) إذا كان للاقتران ق(س) قيمة عظمى محلية عند النقطة (-١ ، ٥) فما قيمة قَ(-١) ؟

أ) -٣ ب) ٧ ج) صفر د) ٣

١٨) إذا كان ن'(–٢) = ٠ ، ن(–٢) = ٣ ، حيث يوجد للاقتران ن(س) قيمة عظمى محلية وحيدة على مجاله ، فما أكبر قيمة للاقتران ن(س) ؟

أ) صفر ب) -٢ ج) ٢ د) ٣

١٩) عدد القيم القصوى المحلية للاقتران ق (س) = س^{٣} – ٩ يساوي

أ) صفر ب) ١ ج) ٢ د) ٣

٢٠) إذا كان ∫ قَ(س) دس = س^{٢} – ٣س + جـ ، فإن قَ(٢) =

أ) -١ ب) ١ ج) -٢ د) ٢

٢١) ∫ √٥ دس =

أ) √٥ س ب) √٥س ج) √٥ س + جـ د) √٥س + جـ

٢٢) ∫ $\frac{٢}{س^{٢}}$ دس =

أ) $\frac{٢}{٣س}$ + جـ ب) $\frac{-٢}{٣س}$ + جـ ج) $\frac{٤}{٣س}$ + جـ د) $\frac{٢}{٣س}$ + جـ

٢٣) إذا كان $\int_{-١}^{١} ق'(س)\,وس = س^{٣} + ٥س + جـ$ ، فإن $\int_{-١}^{١} ق'(س)\,وس$

أ) -٦ ب) صفر ج) ٦ د) ١٢

٢٤) إذا كان $\int_{٢}^{٥} ق'(س)\,وس = ١٢$ ، ق(٥) = ٢ق(٢) ، فإن ق(٢) =

أ) ٥ ب) ١٢ ج) ١٠ د) ١٥

٢٥) إذا كان $\int_{-١}^{٢} (٤أ س^{٣} + ٣)\,وس = ٢٤$ ، فإن قيمة أ هي :

أ) -٢ ب) -١ ج) ١ د) ٢

٢٦) $\int_{٠}^{١} س\sqrt{س}\,وس =$

أ) $\frac{٢}{٥}$ ب) $\frac{٥}{٢}$ ج) $-\frac{٥}{٢}$ د) $-\frac{٢}{٥}$

٢٧) إذا كان ق(س) = $\frac{س + ٢}{س + ١}$ ، فإن $\int_{٠}^{١} ق'(س)\,وس =$

أ) $-\frac{٣}{٢}$ ب) صفر ج) $-\frac{١}{٢}$ د) $\frac{٣}{٢}$

٢٨) ما قيمة $\int_{١}^{٥} هـ(س)\,وس + \int_{٥}^{١} (هـ(س) + ٢)\,وس =$

أ) -٨ ب) صفر ج) ٢ د) ٤

٢٩) إذا كان $\int_{١}^{٣} ٣ ق'(س)\,وس = -٩$ ، فإن $\int_{٣}^{١} ٢ ق'(س)\,وس =$

أ) -٦ ب) -١٨ ج) ٦ د) ١٨

٣٠) إذا كان $\int_{١}^{٥} ٣ق(س)\,وس = ٦$ ، و $\int_{٢}^{٥} ق(س)\,وس = -١٠$ ، فإن $\int_{١}^{٢} ق(س)\,وس =$

أ) -٨ ب) ٨ ج) -١٢ د) ١٢

٣١) إذا علمت أن ق(س) = س^{٣} + $\int_{-١}^{٢}$ $\left(\frac{٦}{س^{٢}}\right)$ دس + $\int_{١}^{٥}$ $\left(\frac{١}{٢}س^{٢}\right)$ دس دس ، فإن قَ(١) =

أ) ٧ ب) ٨ ج) ٩ د) ١٠

٣٢) إذا كان س = $\begin{bmatrix} ١ & -٢ \\ ٦ & ٥ \end{bmatrix}$ ، فإن ٣س$_{١٢}$ − ٢ يساوي :

أ) -٨ ب) ٨ ج) ١٦ د) ٢٠

٣٣) إذا كانت أ مصفوفة فإن أ + (− أ) يساوي :

أ) أ٢ ب) و ج) أ^{٢} د) صفر

٣٤) إذا كانت $\begin{bmatrix} س+١ & ٢ \\ س & ٣ \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} ص & ٢ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix}$ ، فإن قيمتي س ، ص على الترتيب :

أ) ٥ ، ٤ ب) ٤ ، ٢ ج) ٢ ، ٣ د) ٤ ، ٥

٣٥) ما المصفوفة س بحيث ٢ $\left(س + \begin{bmatrix} ٢ \\ ٣ \end{bmatrix}\right)$ = $\begin{bmatrix} ١ \\ -٣ \end{bmatrix}$ − س ؟

أ) $\begin{bmatrix} -١ \\ -٣ \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} -١ \\ ٣ \end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix} ١ \\ -٣ \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} ١ \\ ٣ \end{bmatrix}$

٣٦) إذا كان $\frac{١}{٢}$ أ$_{١}$ = $\begin{bmatrix} -٢ & ٢ \\ ٠ & -٤ \end{bmatrix}$ ، جد المصفوفة و$_{٢}$ − أ٢ =

أ) $\begin{bmatrix} -٨ & ٨ \\ ١٦ & ٠ \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} -٤ & ٤ \\ ٨ & ٠ \end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix} ٨ & -٨ \\ -١٦ & ٠ \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} ١ & -١ \\ -٢ & ٠ \end{bmatrix}$

٣٧) إذا كانت أ = [١ ٦] ، ب = [−٣ ٢] ، فإن قيمة المقدار ٣أ − ب − ٤(أ + $\frac{١}{٢}$ ب) =

أ) [−١٢ ٨] ب) [٨ −١٢] ج) [−١٠ −١٢] د) [−١٢ −١٠]

٣٨) إذا كان أ ٣×٢ ، ب ٢×٣ ، جـ ٢×٢ ، أي العمليات الأتية يمكن اجرائها :

أ) أ × ب + جـ ب) ب × أ + جـ ج) أ × جـ + ب د) ب × جـ + أ

٣٩) إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} ١ & ٢ & ٣ \\ ٤ & ٥ & ٦ \end{bmatrix}$ ، وكان أ × ب$_{م×ن}$ = جـ$_{٢×٥}$ فإن ن تساوي

أ) ٢ ب) ٣ ج) ٥ د) ٦

٤٠) إذا كان $\begin{bmatrix} ب & ١ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٢ \\ ع \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ \\ ٤ \end{bmatrix}$ ، فما قيمة الثابت ب =

أ) ٤ ب) ٢ ج) ١ د) صفر

٤١) إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} ١ & ١- \\ ٣ & ٠ \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ٠ & ٣ \\ ٢ & ١- \end{bmatrix}$ وكانت جـ = أ × ب ، فإن جـ ١٢ تساوي :

أ) صفر ب) ١ ج) ٢ د) -٢

٤٢) إذا كانت س مصفوفة بحيث أن س × $\begin{bmatrix} ١ \\ ٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ \\ ٢ \end{bmatrix}$ ، فإن س تساوي

أ) $\begin{bmatrix} ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix} ٠ \\ ٠ \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} ١ \\ ١ \end{bmatrix}$

٤٣) المصفوفة المنفردة من بين المصفوفات الأتية هي :

أ) $\begin{bmatrix} ٢ & ٥ \\ ١ & ٣ \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} ٤ & ٢- \\ ٦ & ٣- \end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٢ & ٦- \end{bmatrix}$

٤٤) قيمة ص التي تجعل المصفوفة $\begin{bmatrix} ص & ٨ \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix}$ منفردة هي :

أ) -٨ ب) ٨ ج) -٦ د) ٦

٤٥) إذا كانت أ مصفوفة مربعة من الرتبة الثانية ، وكان |أ٣| = ١٨ فإن قيمة |٢أ١| − |٢أ| =

أ) صفر ب) ٤ ج) ١٢ د) ٢٠

٤٦) ما قيمة س التي تجعل $\begin{vmatrix} ٢- & س+٢ \\ ٥ & ٢- \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ٥ & ٣ \\ ٢ & ٢- \end{vmatrix}$

أ) -١ ب) ١ ج) ٢ د) ٣

٤٧) إذا كانت أ$^{-١}$ = $\begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix}$ ، فما قيمة المصفوفة أ ؟

أ) $\frac{١}{٢}\begin{bmatrix} ٣ & ١- \\ ٤- & ٢ \end{bmatrix}$ ب) ٢ $\begin{bmatrix} ٣ & ١- \\ ٤- & ٢ \end{bmatrix}$ ج) $\frac{١}{٢}\begin{bmatrix} ٣ & ٤- \\ ١- & ٢ \end{bmatrix}$ د) -٢ $\begin{bmatrix} ٣ & ١- \\ ٤- & ٢ \end{bmatrix}$

٤٨) المصفوفة التي لها نظير ضربي من بين المصفوفات الأتية هي :

أ) $\begin{bmatrix} ٣- & ٦ \\ ٢ & ٤ \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix} ٤ & ٤ \\ ٢ & ٢ \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ٤ & ٤ \end{bmatrix}$

٤٩) إذا كانت أ مصفوفة ثنائية وكان أ$^{-١}$ النظير للمصفوفة أ فإن أ . أ$^{-١}$ يساوي

أ) $\begin{bmatrix} ١ \\ ١ \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ١ & ١ \end{bmatrix}$

٥٠) إذا كانت ب = $\begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٢ & ٥ \end{bmatrix}$ ، فأي من المصفوفات الأتية تمثل (ب$^{-١}$)$^{-١}$ ؟

أ) $\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ \end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٢ & ٥ \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} ٣ & -٥ \\ -١ & ٢ \end{bmatrix}$

٥١) إحدى العبارات التالية صحيحة :

أ) عملية ضرب المصفوفات تبديلية ب) إذا كان أب = ب أ فإن ب نظير أ الضربي

ج) م^{٢} مصفوفة منفردة د) إذا كانت ب مصفوفة منفردة فإن ٢ب مصفوفة منفردة

٥٢) المصفوفة أ من الرتبة م × ن ، إحدى العبارات الأتية صحيحة دائماً :

أ) للمصفوفة أ نظير ضربي ب) يمكن إيجاد المصفوفة أ×أ

ج) يكن تنفيذ العملية ٤+أ د) للمصفوفة أ نظير جمعي

٥٣) عند حل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين بطريقة كريمر ، وجد أن :
س = -٢ ، $|$أس$|$ = ٦ ، $|$أص$|$ = -٩ ، فما قيمة ص ؟

أ) -٢ ب) ٢ ج) -٣ د) ٣

٥٤) إذا كانت أس = $\begin{bmatrix} ٣ & ١ \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix}$ ، أص = $\begin{bmatrix} ٣ & -١ \\ ٥ & ٣ \end{bmatrix}$ ، فما قيمة $|$أ$|$ ؟

أ) ١ ب) -١ ج) -٥ د) -١٢

٥٥) إذا كانت ٢(٤٩)$^{٢س-٣}$ = ٩٨ ، فإن قيمة س هي ؟

أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) $\frac{-٣}{٢}$ ج) ٢ د) -٢

٥٦) ما قيمة س بالمعادلة (٣)$^{س^{٢}-٤}$ = ١

أ) صفر ب) ٢ ج) -٢ د) {-٢، ٢}

٥٧) قيمة س التي تحقق المعادلة $\left(\sqrt{٥}\right)^{٢س}$ = $\frac{١}{٥}$ ، هي ؟

أ) صفر ب) ١ ج) -١ د) -٢

٥٨) قيمة س التي تحقق المعادلة $\left(\frac{١}{٩}\right)^{٣س-٥} - ٨١ = ٠$ ، هي ؟

أ) -٢ ب) -١ ج) ١ د) ٢

٥٩) إذا كانت $\frac{٥^{٣س}}{٢٥^{س}} = ١$ ، فإن قيمة س هي ؟

أ) ١ ب) -١ ج) ٧ د) صفر

٦٠) ما مجموعة حل المعادلة $لـو_{٤} س = ٤$

أ) صفر ب) ٤ ج) ١٦ د) ٢٥٦

٦١) ما قيمة س عندما $لـو_{٦} ١ = س$؟

أ) ٢ ب) ٤ ج) ٨ د) صفر

٦٢) ما قيمة $لـو_{٢}(٢س^{٢} + ٦) = ٣$ ؟

أ) صفر ب) ١ ج) -١ د) $\{-١، ١\}$

٦٣) إذا كانت $لـو_{٢} أ = ١٠$ ، $لـو_{٢} ب = ٢$ ، فما قيمة $لـو_{٢}\left(\frac{أ}{ب}\right)$ ؟

أ) ٢٠ ب) ١٢ ج) ٨ د) ٥

٦٤) إذا كان $لـو_{٢} \frac{١}{٨} = س$ ، فما قيمة س ؟

أ) ٣ ب) -٣ ج) $\frac{١}{٣}$ د) $\frac{-١}{٣}$

٦٥) ما مجموعة حل المعادلة: $لـو_{٢٧}(٣)^{٣س-٩} = ٦$

أ) ٣ ب) ٦ ج) ٩ د) $\frac{١}{٣}$

٦٦) أي من المتسلسلات الأتية منتهية ؟

أ) $\sum_{ن=١}^{\infty} ن^{٢}$ ب) $٢+٤+٦+....$ ج) $\sum_{ن=١}^{\infty} ٨$ د) $١+٥+٩+....+٨١$

٦٧) ما مجموع أول ثلاث حدود من المتسلسلة $\sum_{ن=١}^{\infty} ن^{٣} - ٢ن$

أ) -١ ب) ٢٦ ج) ٤٢ د) ٢٤

٦٨) إذا كان $\sum_{ر=١}^{٣} (٢ر + ١) = ٠$ فما قيمة ا ؟

أ) -٤ ب) ٤ ج) ٦ د) ١٢

٦٩) ما المتسلسلة التي حدها الخامس يساوي ٩ ؟

أ) $\sum_{ر=١}^{٥} (ر^{٢} - ١)$ ب) $\sum_{ر=١}^{٥} (ر^{٢} + ١)$ ج) $\sum_{ر=١}^{٥} (٢ر - ١)$ د) $\sum_{ر=١}^{٥} (٢ر + ١)$

٧٠) ما قيمة الحد الخمسون للمتتالية -٦ ، -٤ ، -٢ ، ..... ؟

أ) ٩٢ ب) -٩٢ ج) ١٠٤ د) -١٠٤

٧١) متسلسلة حسابية حدها الأول ٣ ، وحدها الثامن ٣٨ ، ما مجموع أول ثمانية حدود منها ؟

أ) ٦٢ ب) ١٦٤ ج) ١٤٠ د) ٣٢٨

٧٢) ما قيمة $\sum_{ن=١}^{٥٠} (٣ن - ٢)$ ؟

أ) ٣٧٥٢ ب) ٣٨٢٥ ج) ٣٧٢٥ د) ١٤٨

٧٣) متسلسلة حسابية أساسها ٢ ومجموع أول ٢٠ حداً فيها يساوي ١٤٠ ، جد الحد الأول ؟

أ) -١٢ ب) ١٢ ج) -٣٦ د) ٣٦

٧٤) إذا كان مجموع متسلسلة حسابية يعطى بالعلاقة $ج_{ن} = ن(٢ن + ١)$ ، فإن الحد الثالث يساوي :

أ) ٥ ب) ١٠ ج) ١١ د) ٢١

٧٥) إذا كان مجموع علامات ٤٠ طالب في امتحان الرياضيات يساوي ٤٨٠ ، وانحرافها المعياري يساوي ٣ ، ما العلامة المعيارية المناظرة للعلامة ١٥ ؟

أ) ١ ب) -١ ج) ٠,٥ د) -٠,٥

٧٦) إذا كانت جميع العلامات المعيارية لأطوال ٥ أشخاص كما يأتي ٢ ، ١,٥ ، أ ، -٠.٥ ، ٢أ فما قيمة أ ؟

أ) -١ ب) ٢ ج) ١ د) صفر

٧٧) إذا كان الفرق بين طولي شخصين يساوي ١٢ ، والفرق بين العلامتين المعياريتين المناظرتين لهما يساوي ٠,٥ ، أجد الانحراف المعياري :

أ) ٦ ب) ١٨ ج) ٢٤ د) ٤٨

٧٨) إذا كانت علامة طالبين ٣٥ ، ٤٥ وكانت العلامتان المعياريتان المناظرتان هما ١ ، ١,٥ على الترتيب فإن الانحراف المعياري يساوي ؟

أ) ٢٠ ب) ٣٠ ج) -٢٠ د) -٣٠

٧٩) إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم يساوي ٦٠ والانحراف المعياري يساوي ٥ ، فما القيمة التي تنحرف انحراف معياري واحد تحت الوسط ؟

أ) ١٢ ب) ٤٨ ج) ٥٥ د) ٦٥

٨٠) إذا كان الانحراف المعياري لعلامات طلاب في مبحث الرياضيات يساوي ٢,٥ والعلامة المعيارية المقابلة للعلامة ٨٠ هي ٢ ، فما قيمة الوسط الحسابي للعلامات ؟

أ) ٨٥ ب) ٧٥ ج) ٦٥ د) -٦٥

٨١) ما قيمة الوسط الحسابي μ ، والانحراف المعياري σ لمنحنى التوزيع الطبيعي المعياري ؟

أ) $\mu=١$ ، $\sigma=٠$ ب) $\mu=٠$ ، $\sigma=١$ ج) $\mu=١$ ، $\sigma=١$ د) $\mu=٠$ ، $\sigma=٠$

٨٢) المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي المعياري تساوي ؟

أ) صفر ب) ١ ج) -١ د) ٠,٥

٨٣) إذا كانت المساحة عندما (ع $\geq$ ١) = ك ، فإن المساحة عندما (ع $\leq$ ١) تساوي ؟

أ) ك ب) ك + ١ ج) ك – ١ د) ١ – ك

٨٤) إذا كانت المساحة عندما (ع $\geq$ ١,٢٥) = ٠,٨٩٤٤ ، فإن المساحة عندما (ع $\geq$ -١,٢٥) تساوي ؟

أ) -١ ب) ١ ج) ٠,١٠٥٦ د) ٠,٨٩٤٤

٨٥) إذا كانت المساحة عندما (ع $\geq$ ٢,٥) = ك ، فإن المساحة عندما (ع $\leq$ -٢,٥) تساوي ؟

أ) ك ب) ك + ١ ج) ك – ١ د) ١ – ك

القسم الثاني / أجب عن الأسئلة الأتية :-

١) جد متوسط تغير الاقتران $ن(س) = س^{٣} - ٤س$ على الفترة [-١ ، ٣] ؟

الحل / متوسط التغير $= \frac{ن(س_{٢}) - ن(س_{١})}{س_{٢} - س_{١}} = \frac{ن(٣) - ن(-١)}{٣ - -١}$

$= \frac{(٣ \times ٤ - ٣^{٣}) - (-١ \times ٤ - (-١)^{٣})}{٤}$ ← $= \frac{(١٢ - ٢٧) - (٤ - -١)}{٤}$

$= \frac{(٣) - (١٥)}{٤} = \frac{١٢}{٤} = ٣$

٢) إذا كان متوسط التغير للاقتران ق(س) في الفترة [٧،٣] يساوي -٤ ، أوجد متوسط التغير للاقتران هـ(س) = ٣ق(س) – س ، في تلك الفترة .

الحل /

متوسط التغير في ق(س) $= \frac{\text{ق}(\text{س}_2) - \text{ق}(\text{س}_1)}{\text{س}_2 - \text{س}_1}$

$= \frac{\text{ق}(٧) - \text{ق}(٣)}{٧ - ٣} = -٤$

$= \frac{\text{ق}(٧) - \text{ق}(٣)}{٤} = -٤$ (بالضرب التبادلي)

$\text{ق}(٧) - \text{ق}(٣) = -١٦$

متوسط التغير في هـ(س) $= \frac{\text{هـ}(\text{س}_2) - \text{هـ}(\text{س}_1)}{\text{س}_2 - \text{س}_1}$

$= \frac{\text{هـ}(٧) - \text{هـ}(٣)}{٧ - ٣}$

$= \frac{(٣\text{ق}(٧) - ٧) - (٣\text{ق}(٣) - ٣)}{٤}$

$= \frac{٢(\text{ق}(٧) - \text{ق}(٣)) - ٤}{٤}$

$= \frac{٣(-١٦) - ٤}{٤} = \frac{-٤٨ - ٤}{٤} = \frac{-٥٢}{٤} = -١٣$

٣) إذا كان ق(س) $= \sqrt[٣]{\text{س}^٢} + \frac{١}{٢\text{س}} + ٣\text{س} - ٥$ ، فإن قَ (١) تساوي ؟

الحل / $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{\frac{٢}{٣}} + \frac{١}{٢}\text{س}^{-٢} + ٣\text{س} - ٥$

$\text{قَ}(\text{س}) = \frac{٢}{٣}\text{س}^{-\frac{١}{٣}} - \text{س}^{-٣} + ٣$

$\text{قَ}(١) = \frac{٢}{٣}(١)^{-\frac{١}{٣}} - (١)^{-٣} + ٣ = \frac{٢}{٣} - ١ + ٣ = \frac{٨}{٣}$

٤) إذا كان ق(س)= $(٢\text{س}^٢ - ٣)(٣ - ٥\text{س})$ ، أجد قَ (-١) ؟

الحل / قَ(س) = الأول × م. الثاني + الثاني × م. الأول

$= (٢\text{س}^٢ - ٣) \times (-٥) + (٣ - ٥\text{س}) \times (٤\text{س})$

$\text{قَ}(-١) = (٢(-١)^٢ - ٣) \times (-٥) + (٣ - ٥ \times -١) \times (٤ \times -١)$

$= (٢ - ٣) \times (-٥) + (٣ - -٥) \times (-٤)$

$= (-١) \times (-٥) + (٨) \times (-٤) = ٥ - ٣٢ = -٢٧$

٥) إذا كان ن(س) = ٢س^{٣} هـ(س) + ٩س^{٢} ، أجد ن′(−١) علماً بأن هـ(−١) = ٣ ، هـ′(−١) = −٢

الحل / ن′(س) = (٢س^{٣} × هـ′(س) + هـ(س) × ٦س^{٢}) + ١٨س

ن′(−١) = (٢(−١)^{٣} × هـ′(−١) + هـ(−١) × ٦(−١)^{٢}) + ١٨(−١)

= (−٢ × −٢ + ٣ × ٦) − ١٨

= (١٨ + ٤) − ١٨ = ٢٢ − ١٨ = ٤

---

٦) إذا كان ن(س) = $\frac{٣س^{٢}}{هـ(س)}$ − س^{٣} ، أجد ن′(٢) علماً بأن هـ(٢) = ٣ ، هـ′(٢) = −١

الحل / ن′(س) = $\frac{هـ(س) \times (٦س) - (٣س^{٢}) \times هـ'(س)}{هـ(س)^{٢}}$ − ٣س^{٢}

ن′(٢) = $\frac{هـ(٢) \times (٦ \times ٢) - (٣ \times ٢^{٢}) \times هـ'(٢)}{هـ(٢)^{٢}}$ − ٣(٢)^{٢}

= $\frac{٣ \times ١٢ - ١ - \times ١٢}{٩}$ − ١٢ = ١٢ − $\frac{-٣٦-١٢}{٩}$

= $\frac{٤٨}{٩}$ − ١٢ = $\frac{-٢٠}{٣}$

---

٧) إذا كان ق(س) = أس + ٢ ، هـ(س) = ٧ − ٣س ، وكان (ق ÷ هـ)′ (٢) = ٢٠ ، فما قيمة الثابت أ ؟

الحل / (ق ÷ هـ)′ (س) = $\frac{\text{المقام} \times \text{مشتقة البسط} - \text{البسط} \times \text{مشتقة المقام}}{(\text{المقام})^{٢}}$

= $\frac{(٧ - ٣س)(أ) - (أس + ٢)(-٣)}{(٧ - ٣س)^{٢}}$

(ق ÷ هـ)′ (٢) = $\frac{(٧ - ٣ \times ٢)(أ) - (أ٢ + ٢)(-٣)}{(٧ - ٣ \times ٢)^{٢}}$

$\frac{أ - (-أ١٦ - ٦)}{(١)^{٢}}$ = ٢٠

$\frac{أ + أ١٦ + ٦}{١}$ = ٢٠ ← ٦ + أ١٧ = ٢٠ ← أ١٧ = ٢٠ − ٦

أ = ٢ (بالقسمة على ١٧) أ١٧ = ١٤

٨) إذا كان ق(س) = ٢٤ + ٤٨س − س^{٣} ، س ∈ ح ، أجد:

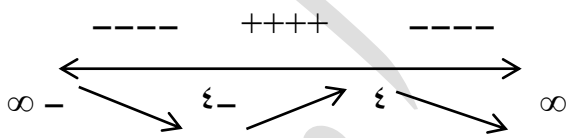
أ) فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س) على ح.

ب) القيم القصوى للاقتران ق(س) ، واحدد نوع كل منها.

الحل / قَ(س) = ٤٨ − ٣س^{٢} = ٠

٤٨ = ٣س^{٢} (بالقسمة على ٣)

١٦ = س^{٢} (بأخذ الجذر للطرفين) س = ±٤



أ) تناقص عند]−∞،−٤] ∪ [٤،∞[

تزايد عند [−٤،٤]

ب) يوجد قيمة صغرى عند س = -٤ وقيمتها ق(-٤) = ٢٤ + ٤٨(−٤) − (−٤)^{٣} = ٢٤ − ١٩٢ + ٦٤ = −١٠٤

يوجد قيمة عظمى عند س = ٤ وقيمتها ق(٤) = ٢٤ + ٤٨(٤) − (٤)^{٣} = ٢٤ + ١٩٢ − ٦٤ = ١٥٢

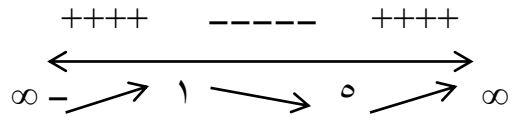
---

٩) أحدد فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س) = $\frac{١}{٣}$س^{٣} − ٣س^{٢} + ٥س + ٤ ، س ∈ ح ، وما القيم القصوى للاقتران ق(س) وما نوع كل منها ؟

الحل / قَ(س) = س^{٢} − ٦س + ٥ = ٠

(س − ٥)(س − ١) = ٠

إما س = ٥ أو س = ١



تزايد عند]−∞،١] ∪ [٥،∞[

تناقص عند [١،٥]

يوجد قيمة عظمى عند س = ١ وقيمتها ق(١) = $\frac{١}{٣}$(١)^{٣} − ٣(١)^{٢} + ٥(١) + ٤ = $\frac{١٩}{٣}$

يوجد قيمة صغرى عند س = ٥ وقيمتها ق(٥) = $\frac{١}{٣}$(٥)^{٣} − ٣(٥)^{٢} + ٥(٥) + ٤ = $-\frac{١٣}{٣}$

١٠) احسب $\int_{١}^{٤} \left(\frac{١}{٢\sqrt{س}} + \frac{٤}{س^{٢}} \right) ؤس$

الحل / $\int_{١}^{٤} \left(\frac{١}{٢} س^{\frac{-١}{٢}} + ٤ س^{-٢} \right) ؤس = \left(\frac{١}{\frac{١}{٢}} س^{\frac{١}{٢}} + \frac{٤}{-١} س^{-١} \right)\Big|_{١}^{٤}$

$$\left(\sqrt{س} - \frac{٤}{س} \right)\Big|_{١}^{٤} = \left(\sqrt{٤} - \frac{٤}{٤} \right) - \left(\sqrt{١} - \frac{٤}{١} \right)$$

$$= (٢ - ١) - (١ - ٤) = ١ - - ٣ = ٤$$

---

١١) احسب $\int (٢س + ١)^{٢} ؤس$

الحل / $\int (٢س+١)(٢س+١) ؤس \leftarrow \int \left(٤س^{٢} + ٤س + ١ \right) ؤس = \frac{٤}{٣} س^{٣} + \frac{٤}{٢} س^{٢} + س + جـ$

---

١٢) $\int_{-١}^{١} \left(\frac{س^{٢} - س - ٢}{س - ٢} \right) ؤس =$

الحل / $\int_{-١}^{١} \frac{(س-٢)(س+١)}{(س-٢)} ؤس \leftarrow \int_{-١}^{١} (س+١) ؤس = \left(\frac{١}{٢} س^{٢} + س \right)\Big|_{-١}^{١}$

$$= \left(\frac{١}{٢}(١)^{٢} + (١) \right) - \left(\frac{١}{٢}(-١)^{٢} + (-١) \right)$$

$$= \left(\frac{١}{٢} + ١ \right) - \left(\frac{١}{٢} - ١ \right)$$

$$= \frac{٣}{٢} - - \frac{١}{٢} = \frac{٤}{٢} = ٢$$

---

١٣) $\int \left(\frac{س^{٢} - ٣٦}{س + ٦} \right) ؤس =$

الحل / $\int \frac{(س-٦)(س+٦)}{(س+٦)} ؤس \leftarrow \int (س - ٦) ؤس = \frac{١}{٢} س^{٢} - ٦س + جـ$

١٤) احسب $\int_{-١}^{١} ٢س(س-٣)\,ءس$

الحل / $\int_{-١}^{١}(٢س^{٢}-٦س)\,ءس = \left(\frac{٢}{٣}س^{٣}-\frac{٦}{٢}س^{٢}\right)\Big|_{-١}^{١}$

$= \left(\frac{٢}{٣}(١)^{٣}-٣(١)^{٢}\right)-\left(\frac{٢}{٣}(-١)^{٣}-٣(-١)^{٢}\right)$

$= \left(\frac{٢}{٣}-٣\right)-\left(-\frac{٢}{٣}-٣\right) = \frac{-٧}{٣}-\frac{-١١}{٣} = \frac{٤}{٣}$

---

١٥) أجد قاعدة الاقتران ق(س) الذي مشتقته ق′(س) = ٣ √س − ٣ ، إذا علمت أن ق(١) = ١٠ ؟

الحل / $\int(٣س^{\frac{١}{٢}}-٣)\,ءس = \frac{٢}{٣}\times٣س^{\frac{٣}{٢}}-٣س+جـ$ ← $٢س^{\frac{٣}{٢}}-٣س+جـ$

بما أن ق(١) = ١٠ إذاً $٢(١)^{\frac{٣}{٢}}-٣(١)+جـ = ١٠$ ← $جـ = ١٠-٢+٣ = ١١$

قاعدة الاقتران ق(س) = $٢س^{\frac{٣}{٢}}-٣س+١١$

---

١٦) إذا كان $\int$ ع(س) ءس = $٣س^{٣}-٨س+جـ$ ، فأوجد

أ) $\int_{-١}^{٢}$ ع(س) ءس ب) $\int$ ع(س) ءس علماً بأن ع(٣) = ١

الحل /

أ) $\int_{-١}^{٢}$ ع(س) ءس $= \left(٣س^{٣}-٨س\right)\Big|_{-١}^{٢}$

$= \left(٣(٢)^{٣}-٨(٢)\right)-\left(٣(-١)^{٣}-٨(-١)\right)$

$= (٢٤-١٦)-(-٣+٨) = ٨-٥ = ٣$

ب) ع(٣) = ١ ← $٣(٣)^{٣}-٨(٣)+جـ = ١$

$٨١-٢٤+جـ = ١$ ← $٥٧+جـ = ١$

$جـ = ١-٥٧ = -٥٦$

$\int$ ع(س) ءس = $\int\left(٣س^{٣}-٨س-٥٦\right)ءس$

$= \frac{٣}{٤}س^{٤}-\frac{٨}{٢}س^{٢}-٥٦س+جـ$

١٧) إذا كان $\int_{ب}^{١} (٢س - ٤ب) ؤس = \int_{٠}^{١} (٥ب + ١) ؤس$ ، فما قيمة / قيم الثابت ب ؟

الحل / $\left(\frac{٢}{٢}س^{٢} - ٤بس\right)\Big|_{ب}^{١} = (٥بس + س)\Big|_{٠}^{١}$

$$\left((١)^{٢} - ٤ب(١)\right) - \left((ب)^{٢} - ٤ب(ب)\right) = (٥ب(١) + (١)) - (٥ب(٠) + (٠))$$

$$(١ - ٤ب) - \left(ب^{٢} - ٤ب^{٢}\right) = (٥ب + ١) - (٠ + ٠)$$

$$١ - ٤ب - ب^{٢} + ٤ب^{٢} = (٥ب + ١)$$

$$١ - ٤ب + ٣ب^{٢} - ٥ب - ١ = ٠$$

$$٣ب^{٢} - ٩ب = ٠ \quad \text{(نأخذ ٣ب عامل مشترك)}$$

$$٣ب(ب - ٣) = ٠$$

إما $٣ب = ٠$ (بالقسمة على ٣) $ب = ٠$

أو $ب = ٣$

---

١٨) إذا علمت أن : $\int_{١}^{٥} ٢ن(س) ؤس = ٨$ ، $\int_{١}^{٣} ن(س) ؤس = ٥$ ، احسب $\int_{٣}^{٥} (٣ن(س) + ٢س) ؤس$

الحل / $\int_{٣}^{٥} (٣ن(س) + ٢س) ؤس = \int_{٣}^{٥} ٣ن(س) ؤس + \int_{٣}^{٥} (٢س) ؤس$

$$= ٣\int_{٣}^{٥} ن(س) ؤس + \left(\frac{٢}{٢}س^{٢}\right)\Big|_{٣}^{٥}$$

$$= ٣\left(\int_{٣}^{١} ن(س) ؤس + \int_{١}^{٥} ن(س) ؤس\right) + \left(س^{٢}\right)\Big|_{٣}^{٥}$$

$$= ٣(٤ + ٥ -) + \left(٥^{٢} - ٣^{٢}\right)$$

$$= ٣(-١) + (٢٥ - ٩) = ١٣$$

١٩) إذا كان $\int_{١}^{٤}\left(ن(س)+٣س^{٢}\right)ءس = ٧٣$ ، $\int_{١}^{٢}٣ن(س)ءس = ١٥$ ، فما قيمة $\int_{٤}^{٢}ن(س)ءس$

الحل / $\int_{١}^{٤}ن(س)ءس + \int_{١}^{٤}٣س^{٢}ءس = ٧٣$

$$\left(\int_{١}^{٢}ن(س)ءس + \int_{٢}^{٤}ن(س)ءس\right) + \left(\frac{٣}{٣}س^{٣}\right)\Big|_{١}^{٤} = ٧٣$$

$$\left(٥ + \int_{٢}^{٤}ن(س)ءس\right) + \left(٤^{٣} - ١^{٣}\right) = ٧٣$$

$$٥ + \int_{٢}^{٤}ن(س)ءس = ٦٣ + ٧٣ \quad \leftarrow \quad \int_{٢}^{٤}ن(س)ءس + ٦٨ = ٧٣$$

$$\int_{٢}^{٤}ن(س)ءس = ٧٣ - ٦٨ = ٥ \quad \leftarrow \quad \int_{٤}^{٢}ن(س)ءس = -٥$$

---

٢٠) حل المعادلة المصفوفية : ٢س - $\begin{bmatrix}٢ & ٣\\ ١ & ٥\end{bmatrix} = ٣\left(\begin{bmatrix}١ & -١\\ ٣ & ٢\end{bmatrix} - س\right)$

الحل / $٢س - \begin{bmatrix}٢ & ٣\\ ١ & ٥\end{bmatrix} = ٣س - \begin{bmatrix}٣ & -٣\\ ٩ & ٦\end{bmatrix}$

$$٢س + ٣س = \begin{bmatrix}٣ & -٣\\ ٩ & ٦\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}٢ & ٣\\ ١ & ٥\end{bmatrix}$$

$$٥س = \begin{bmatrix}٥ & ٠\\ ١٠ & ١١\end{bmatrix} \qquad (\text{نضرب ب } \frac{١}{٥}) \qquad س = \begin{bmatrix}١ & ٠\\ ٢ & \frac{١١}{٥}\end{bmatrix}$$

---

٢١) إذا كانت أ = $\begin{bmatrix}٢ & -١\\ ٠ & ١\end{bmatrix}$ ، وكانت ٥س + ٣ $\begin{vmatrix}-٥ & ٤\\ ٢ & -٢\end{vmatrix}$ = ٣س + |أ| ، أوجد قيمة س ؟

الحل / ٥س + ٣(١٠ - ٨) = ٣س + (٠ - ٢)

٥س + ٣(٢) = ٣س + (٢)

٥س - ٣س = ٢ - ٦

٢س = -٤ (بالقسمة على ٢) س = -٢

٢٢) حل المعادلة المصفوفية التالية: $\begin{vmatrix} ١ & ٥ \\ ١ & ٢ \end{vmatrix}$ س + ٣م$_{٢}$ = ٢$\left(\begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٣ & ١- \end{bmatrix}$ + س)

الحل / (٥ − ٢)س + ٣$\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$ + ٢س = $\begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ٢- & ٦ \end{bmatrix}$

٣س + $\begin{bmatrix} ٣ & ٠ \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix}$ + ٢س = $\begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ٢- & ٦ \end{bmatrix}$

٣س − ٢س = $\begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ٢- & ٦ \end{bmatrix}$ − $\begin{bmatrix} ٣ & ٠ \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix}$ ← س = $\begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٢- & ٣ \end{bmatrix}$

---

٢٣) جد المصفوفة س التي تحقق المعادلة : $\begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ٤- & ٤ \end{bmatrix}$ × ٢س = $\begin{bmatrix} ٢ & ٤- \\ ٠ & ١٠ \end{bmatrix}$

الحل / أولاً: نجد أ$^{-١}$ ← |أ| = $\begin{vmatrix} ٤ & ٤ \\ ٤- & ٢ \end{vmatrix}$ = (٨ − −١٦) = ٢٤ ← أ$^{-١}$ = $\frac{١}{٢٤}\begin{bmatrix} ٤ & ٤ \\ ٤ & ٢- \end{bmatrix}$

ثانياً: نضرب طرفي المعادلة بالمصفوفة أ$^{-١}$

٢س = $\frac{١}{٢٤}\begin{bmatrix} ٤ & ٤ \\ ٤ & ٢- \end{bmatrix}$ × $\begin{bmatrix} ٢ & ٤- \\ ٠ & ١٠ \end{bmatrix}$ = $\frac{١}{٢٤}\begin{bmatrix} ٠+٨ & ١٦+٤٠ \\ ٠+٤- & ٨+٤٠ \end{bmatrix}$

٢س = $\frac{١}{٢٤}\begin{bmatrix} ٨ & ٢٤ \\ ٤- & ٤٨ \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} ١ & \frac{١}{٣} \\ ٢ & \frac{١}{٦}- \end{bmatrix}$ (بالضرب في $\frac{١}{٢}$) س = $\begin{bmatrix} \frac{١}{٢} & \frac{١}{٦} \\ ١ & \frac{١}{١٢}- \end{bmatrix}$

---

٢٤) إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} ٥ & ٢- \\ ١ & ٣ \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} ٢ & ١- \\ ٣ & ١ \\ ٠ & ٤ \end{bmatrix}$ فجد المصفوفة بأ .

الحل / بأ = $\begin{bmatrix} ٢ & ١- \\ ٣ & ١ \\ ٠ & ٤ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٥ & ٢- \\ ١ & ٣ \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} (٢\times٥)+(١\times١-) & (٢\times٢-)+(١\times١-) \\ (٣\times٥)+(١\times١) & (٣\times٢-)+(١\times١) \\ (٠\times٥)+(٤\times١) & (٠\times٢-)+(٤\times٣) \end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix} ١٠+١- & ٤+٣- \\ ١٥+١ & ٦+٣- \\ ٠+٤ & ٠+١٢ \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} ٩ & ٧- \\ ١٦ & ٣- \\ ٤ & ١٢ \end{bmatrix}$

٢٥) إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} ٤ & ٦ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} ٢ & ٥ \\ ١ & ٢- \end{bmatrix}$ ، جد :

١) $أ^{٢}$ ، ٢) ٢أ + ٣ب ، ٣) $|٢أ - ب|$ ، ٤) $(٣أ)^{-١}$

الحل /

١) $أ^{٢} = \begin{bmatrix} ٤ & ٦ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٤ & ٦ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٦+٦ & ٢٤+١٢ \\ ٤+٢ & ٦+٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢٢ & ٣٦ \\ ٦ & ١٠ \end{bmatrix}$

٢) ٢أ × ٣ب = $\begin{bmatrix} ٨ & ١٢ \\ ٢ & ٤ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٦ & ١٥ \\ ٣ & ٦- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٤ & ٢٧ \\ ٥ & ٢- \end{bmatrix}$

٣) ٢أ - ب = $\begin{bmatrix} ٨ & ١٢ \\ ٢ & ٤ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٢ & ٥ \\ ١ & ٢- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٦ & ٧ \\ ١ & ٦ \end{bmatrix}$

$|٢أ - ب| = \begin{vmatrix} ٦ & ٧ \\ ١ & ٦ \end{vmatrix} = ٣٦ - ٧ = ٢٩$

٤) ٣أ = $\begin{bmatrix} ١٢ & ١٨ \\ ٣ & ٦ \end{bmatrix}$

$|٣أ| = ٧٢ - ٥٤ = ١٨$ ← $(٣أ)^{-١} = \frac{١}{١٨} \begin{bmatrix} ٦ & ١٨- \\ ٣- & ١٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{١}{٣} & ١- \\ \frac{١}{٦}- & \frac{٢}{٣} \end{bmatrix}$

---

٢٦) إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} ٣ & ١ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} ٢ & ١- \\ ٣ & ١ \end{bmatrix}$ ، جد $(أ\ ب)^{-١}$

الحل / أب = $\begin{bmatrix} ٣ & ١ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٢ & ١- \\ ٣ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٦+٣ & ٣-١ \\ ٤+٠ & ٢-٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٩ & ٢- \\ ٤ & ٢- \end{bmatrix}$

$|أب| = -١٨ - -٨ = -١٠$

$(أب)^{-١} = \frac{١}{-١٠} \begin{bmatrix} ٢- & ٢ \\ ٩ & ٤- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{١}{٥} & \frac{١-}{٥} \\ \frac{٢}{٥} & \frac{٩-}{١٠} \end{bmatrix}$

٢٧) إذا كان أ = $\begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٢ & ٢ \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} ٢ & ٥ \\ -٣ & ٠ \end{bmatrix}$ ، فجد ب أ$^{-١}$

الحل / |أ| = ٦ − ٤ = ٢ ← أ$^{-١}$ = $\frac{١}{٢}\begin{bmatrix} ٢ & -٢ \\ -٢ & ٣ \end{bmatrix}$

ب أ$^{-١}$ = $\begin{bmatrix} ٢ & ٥ \\ -٣ & ٠ \end{bmatrix}\times\frac{١}{٢}\begin{bmatrix} ٢ & -٢ \\ -٢ & ٣ \end{bmatrix}=\frac{١}{٢}\begin{bmatrix} ٤+١٠- & ٤+١٠- \\ ٦-٦+ & ٦+٠ \end{bmatrix}=\frac{١}{٢}\begin{bmatrix} ٦- & ٦- \\ ٦ & ١١ \end{bmatrix}$

---

٢٨) إذا كانت س = $\begin{bmatrix} ٦ & ٣ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix}$ ، ص = $\begin{bmatrix} ١ & -٢ \\ -٢ & ٣ \end{bmatrix}$ ، وكانت ع س$^{-١}$ = ص ، جد ع$^{-١}$ ؟

الحل / ع س$^{-١}$ × س = ص × س ← ع × م$_{٢}$ = ص × س ← ع = ص × س

ع = $\begin{bmatrix} ١ & -٢ \\ -٢ & ٣ \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} ٦ & ٣ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ٠+٦ & ٣+٤- \\ -١٢+٠ & -٦+٦ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ٦ & -١ \\ -١٢ & ٠ \end{bmatrix}$

|ع| = (٦ × ٠) − (−١٢ × −١) = −١٢ ← ع$^{-١}$ = $\frac{١}{-١٢}\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٦ & ١٢ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -\frac{١}{١٢} & ٠ \\ -\frac{١}{٢} & -١ \end{bmatrix}$

---

٢٩) استخدم طريقة النظير الضربي لحل نظام المعادلات الأتي : ص + ٢س = ٢

س − ٣ص − ١٥ = صفر

الحل / نرتب المعادلات: ٢س + ص = ٢

س − ٣ص = ١٥

$\begin{bmatrix} ٢ \\ ١٥ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ -٣ & ١ \end{bmatrix}$

|أ| = $\begin{vmatrix} ٢ & ١ \\ ١ & -٣ \end{vmatrix}$ = −٦ − ١ = −٧ ← أ$^{-١}$ = $\frac{١}{-٧}\begin{bmatrix} -٣ & -١ \\ -١ & ٢ \end{bmatrix}$

نضرب أ$^{-١}$ في طرفي المعادلة

$\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix}=\frac{١}{-٧}\begin{bmatrix} -٣ & -١ \\ -١ & ٢ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٢ \\ ١٥ \end{bmatrix}=\frac{١}{-٧}\begin{bmatrix} -٦+١٥- \\ -٢+٣٠ \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix}=\frac{١}{-٧}\begin{bmatrix} -٢١ \\ ٢٨ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ٣ \\ -٤ \end{bmatrix}$ ← س = ٣ ، ص = -٤

٣٠) حل النظام الاتي باستخدام قاعدة كريمر :

ص + ٢س = ١٠ ، ٢س = ٣ص – ٦

الحل / نرتب المعادلات: ٢س + ص = ١٠

٢س – ٣ص = – ٦

$$\begin{bmatrix} ١٠ \\ -٦ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ -٣ & ٢ \end{bmatrix}$$

$$|أ| = \begin{vmatrix} ١ & ٢ \\ -٣ & ٢ \end{vmatrix} = -٦ - ٢ = -٨$$

$$|أ_س| = \begin{vmatrix} ١٠ & ٢ \\ -٦ & ٢ \end{vmatrix} = ٢٠ - -١٢ = -٣٢ \quad \leftarrow \quad س = \frac{|أ_س|}{|أ|} = \frac{-٢٤}{-٨} = ٣$$

$$|أ_ص| = \begin{vmatrix} ١ & ١٠ \\ -٣ & -٦ \end{vmatrix} = -٦ - -٣٠ = -٢٤ \quad \leftarrow \quad ص = \frac{|أ_ص|}{|أ|} = \frac{-٣٢}{-٨} = ٤$$

---

٣١) أجد قيمة س في المعادلة $(٢٧)^{١-س} = (٩)^{٢س-٩}$

الحل / أولاً نوحد الأساسات ← $(٣^{٣})^{١-س} = (٣^{٢})^{٢س-٩}$

$(٣)^{٣-٣س} = (٣)^{٤س-١٨}$

ثانياً نساوي الأسس ← ٣ – ٣س = ٤س – ١٨ ← ٣ + ١٨ = ٤س + ٣س

٢١ = ٧س (بالقسمة على ٧) س = ٣

---

٣٢) ما قيمة س في المعادلة $(٤)^{٥-٢س} = \frac{٢}{١٢٨}$

الحل / أولاً نوحد الأساسات ← $(٢^{٢})^{٥-٢س} = \frac{١}{٦٤}$

$(٢)^{١٠-٤س} = \frac{١}{٦٢}$ ← $(٢)^{١٠-٤س} = ٢^{-٦}$

ثانياً نساوي الأسس ← ١٠ – ٤س = – ٦ ← – ٤س = – ٦ – ١٠

– ٤س = – ١٦ (بالقسمة على -٤) س = ٤

٣٣) أجد قيمة س في المعادلة $٩\times(٨١)^{س}=(٢٧)^{س+١}\times\frac{١}{٣^{-٣}}$

الحل / $٣^{٢}\times(٣^{٤})^{س}=(٣^{٣})^{س+١}\times٣^{٣}$

$٣^{٢}\times٣^{٤س}=٣^{٣س+٣}\times٣^{٣}$

$٣^{٤س+٢}=٣^{٣س+٣+٣}$

بما أن الأساسات متساوية إذاً الأسس متساوية ← $٤س+٢=٣س+٦$

$٤س-٣س=٦-٢$ ← $س=٤$

---

٣٤) حل المعادلة التالية: $لـو_{٢}(١٦)^{س+٢}-لـو_{٥}(٢٥)^{س+١}=٠$

الحل / $(س+٢)لـو_{٢}(١٦)-(س+١)لـو_{٥}(٢٥)=٠$ ← $(س+٢)\times٤-(س+١)\times٢=٠$

$(٤س+٨)-(٢س+٢)=٠$ ← $٤س+٨-٢س-٢=٠$ ← $٢س+٦=٠$

$٢س=-٦$ (بالقسمة على ٢) $س=-٣$

---

٣٥) أجد مجموعة الحل للمعادلة التالية: $لـو_{٢}(س^{٢})=١+لـو_{٢}(٢س+٦)$

الحل / $لـو_{٢}(س^{٢})-لـو_{٢}(٢س+٦)=١$ ← $لـو_{٢}\left(\frac{س^{٢}}{٢س+٦}\right)=١$

نحول المعادلة اللوغاريتمية إلى أسية ← $\frac{س^{٢}}{٢س+٦}=٢^{١}$ (بالضرب التبادلي) $س^{٢}=٤س+١٢$

$س^{٢}-٤س-١٢=٠$ ← $(س-٦)(س+٢)=٠$ ← إما $س=٦$ أو $س=-٢$

مجموعة الحل = {٦، -٢}

---

٣٦) جد مجموعة حل المعادلة الأتية: $لـو_{٤}(س+٢)+لـو_{٤}(س-١)=لـو_{٧}(٧)$

الحل / $لـو_{٤}(س+٢)(س-١)=١$ ← $لـو_{٤}(س^{٢}-س+٢س-٢)=١$

نحول المعادلة اللوغاريتمية إلى أسية ← $س^{٢}+س-٢=٤^{١}$ ← $س^{٢}+س-٦=٠$

نحلل المعادلة التربيعية ← $(س+٣)(س-٢)=٠$ ← إما $س=-٣$ (مرفوضة) أو $س=٢$

مجموعة الحل = {٢}

٣٧) جد مجموعة حل المعادلة الأتية: $\frac{١}{٢}$س ^{٢}لـــو$_{٩}$(٨١)−س لـــو$_{٢}$(٣٢)+لـــو$_{٣}$(٨١) = ٠

الحل / $\frac{١}{٢}$س ^{٢}(٢)−س(٥)+٤ = ٠ ← س ^{٢}−٥س+٤ = ٠ ← (س−٤)(س−١) = ٠

إما س = ٤ أو س = ١

مجموعة الحل = {١، ٤}

---

٣٨) إذا كان مجموع الحدود الثلاثة الأولى من المتسلسلة $\sum_{ن=١}^{\infty} \frac{ا+ن^{٢}}{ن} = \frac{٢٣}{٢}$ فما قيمة الثابت ا ؟

الحل / $\frac{ا+(١)^{٢}}{١} + \frac{ا+(٢)^{٢}}{٢} + \frac{ا+(٣)^{٢}}{٣} = \frac{٢٣}{٢}$ ← $\frac{ا+١}{١} + \frac{ا+٤}{٢} + \frac{ا+٩}{٣} = \frac{٢٣}{٢}$

$\frac{ا}{١} + \frac{١}{١} + \frac{ا}{٢} + \frac{٤}{٢} + \frac{ا}{٣} + \frac{٩}{٣} = \frac{٢٣}{٢}$ ← $\left(\frac{ا}{١} + \frac{ا}{٢} + \frac{ا}{٣}\right) + \left(\frac{١}{١} + \frac{٤}{٢} + \frac{٩}{٣}\right) = \frac{٢٣}{٢}$

$ا\left(\frac{١}{١} + \frac{١}{٢} + \frac{١}{٣}\right) + (١+٢+٣) = \frac{٢٣}{٢}$ ← $ا\left(\frac{١١}{٦}\right) + ٦ = \frac{٢٣}{٢}$

$ا\left(\frac{١١}{٦}\right) = \frac{٢٣}{٢} - ٦$ ← $ا\left(\frac{١١}{٦}\right) = \frac{١١}{٢}$ (نضرب ب $\frac{٦}{١١}$) $ا = \frac{١١}{٢} \times \frac{٦}{١١} = ٣$

---

٣٩) تعاقد أحمد مع إحدى الشركات براتب سنوي مقداره ١٢٥٠٠ دينار وبزيادة سنوية مقدارها ١٥٠ دينار

أ) ما الراتب السنوي الذي تقاضاه أحمد في نهاية السنة السابعة ؟

ب)ما مجموع ما تقاضاه أحمد خلال عشر سنوات ؟

الحل / أ) ع$_{ن}$ = ا+(ن−١)د

ع$_{٧}$ = ١٢٥٠٠ + (٧−١) × ١٥٠ = ١٢٥٠٠ + ٩٠٠ = ١٣٤٠٠ دينار

ب) ج$_{ن}$ = $\frac{ن}{٢}$(٢ا+(ن−١)د)

ج$_{١٠}$ = $\frac{١٠}{٢}$(٢×١٢٥٠٠+(١٥٠×٩) = ٥(٢٥٠٠٠+١٣٥٠)

ج$_{١٠}$ = ٥(٢٦٣٥٠) = ١٣١٧٥٠ دينار

٤٠) كم حداً يجب أخذه من متسلسلة حسابية حدها الأول ٤ وأساسها ٨ ليكون مجموعها ١٤٤ ؟

الحل / $جـ_ن = \frac{ن}{٢}(٢ا + (ن-١)د)$

$١٤٤ = \frac{ن}{٢}(٢ \times ٤ + (ن-١) \times ٨)$

$١٤٤ = \frac{ن}{٢}(٨ + (٨ن - ٨))$

$١٤٤ = \frac{ن}{٢}(٨ن)$

$١٤٤ = ٤ن^{٢}$ (بالقسمة على ٤)

$٣٦ = ن^{٢}$ (بأخذ الجذر للطرفين) ن = ٦ (نرفض القيمة السالبة)

---

٤١) أكتب أول ٥ حدود لمتسلسلة حسابية مجموع حديها الرابع والسادس = ٥٠ ، ومجموع حديها الأول والسابع = ٤٠

الحل / $ع_٤ + ع_٦ = ٥٠ \leftarrow (ا + ٣د) + (ا + ٥د) = ٥٠ \leftarrow ٢ا + ٨د = ٥٠$ (المعادلة الأولى)

$ع_١ + ع_٧ = ٥٠ \leftarrow (ا) + (ا + ٦د) = ٤٠ \leftarrow ٢ا + ٦د = ٤٠$ (المعادلة الثانية)

نطرح المعادلتين وينتج ٢د = ١٠ (بالقسمة على ٢) د = ٥

بالتعويض في المعادلة الأولى $٢ا + ٨ \times ٥ = ٥٠ \leftarrow ٢ا = ٥٠ - ٤٠$

٢ا = ١٠ (بالقسمة على ٢) ا = ٥

المتسلسلة هي ٥ + ١٠ + ١٥ + ٢٠ + ٢٥

---

٤٢) إذا كان مجموع أول ن حداً من متسلسلة حسابية يعطى بالعلاقة $جـ_ن = ٣ن + ٧$ ، أجد الحد الأول والأساس لتلك المتسلسلة ؟

الحل / أولاً: نجد الحد الأول $ع_١ = جـ_١ = ٣ \times ١ + ٧ = ٣ + ٧ = ١٠$

ثانياً: نجد الحد الثاني $ع_٢ = جـ_٢ - جـ_١ = (٣ \times ٢ + ٧) - ١٠ = ١٣ - ١٠ = ٣$

الأساس د = $ع_٢ - ع_١ = ٣ - ١٠ = -٧$

٤٣) إذا كانت العلامتان المعياريتان المناظرتان للعلامتين ٨٥ ، ٧٠ هما ١ ، ـ٢ على الترتيب ، فما الوسط الحسابي والانحراف المعياري للعلامات الخام ؟

الحل / $\sigma = \frac{\Delta س}{\Delta ع} = \frac{س_٢ - س_١}{ع_٢ - ع_١}$

$= \frac{٨٥ - ٧٠}{-٢ - ١} = \frac{-١٥}{-٣} = ٥$

$ع = \frac{س - \mu}{\sigma}$

$١ = \frac{٨٥ - \mu}{٥}$ (بالضرب التبادلي) $٨٥ - \mu = ٥$ ← $\mu = ٨٥ - ٥ = ٨٠$

---

٤٤) إذا كان الوسط الحسابي لأطوال مجموعة من الأشخاص يساوي ١٧٠ سم ، وانحرافها المعياري σ سم ، وكانت العلامتان المعياريتان المقابلتان للطولين: س ، ١٧٦ هما ـ١ و ٣ على الترتيب :

أ) فما قيمة كل من س و σ ؟

ب) ما العلامة المعيارية المقابلة للطول ١٨٠ سم ؟

الحل / أ) $ع_٢ = \frac{س_٢ - \mu}{\sigma}$ ← $٣ = \frac{١٧٦ - ١٧٠}{\sigma}$ (بالضرب التبادلي) $٣\sigma = ٦$ (بالقسمة على ٢) $\sigma = ٢$

$ع_١ = \frac{س_١ - \mu}{\sigma}$ ← $-١ = \frac{س - ١٧٠}{٢}$ (بالضرب التبادلي) $-٢ = س - ١٧٠$

$س = ١٧٠ + ٢-$ (بالقسمة على ٢) $س = ١٦٨$ سم

ب) $ع = \frac{س - \mu}{\sigma} = \frac{١٨٠ - ١٧٠}{٢} = \frac{١٠}{٢} = ٥$

انتهت الأسئلة وبالتوفيق والنجاح لكم (#توجيهي_٢٠٠٤)

لا تنسوا متابعة صفحتنا على الفيس بوك

أسم الصفحة (الأستاذ محمد بريكة)