مجموعة من الأساسيات الضرورية في الرياضيات

رافت ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الجذور والأسس النسبية

* الجذور :-

$\sqrt[ن]{م}$ ← الجذر

دليل الجذر

الجذر التربيعي :-

$\sqrt{م}$:. ما هو العدد الذي اذا ضرب بنفسه مرتان اعطى (م)

مثال :-

١) $\sqrt{٢٥} = ٥$ ‏ $٥\times٥=٢٥$

٢) $\sqrt{٨١} = ٩$ ‏ $٩\times٩=٨١$

الجذر التكعيبي :-

$\sqrt[٣]{م}$:. ما هو العدد الذي اذا ضرب بنفسه (٣) مرات ٣ عطى (م)

مثال :-

١) $\sqrt[٣]{٨} = ٢$ ‏ $٢\times٢\times٢=٨$

٢) $\sqrt[٣]{٢٧} = ٣$ ‏ $٣\times٣\times٣=٢٧$

٣) $\sqrt[٣]{-١} = -١$

وهكذا لباقي الجذور ...

* أسس كسرية

في حالة كان الأس كسري في هذه الحالة نحوله الى جذر كما يلي :-

$$م^{\frac{١}{ن}} = \sqrt[ن]{م}$$

$$م^{\frac{٢}{ن}} = \left(\sqrt[ن]{م}\right)^{٢}$$

مثال :-

١) $٨^{\frac{١}{٣}} = \sqrt[٣]{٨} = ٢$

٢) $٢٧^{\frac{٢}{٣}} = \left(\sqrt[٣]{٢٧}\right)^{٢}$

$= ٣^{٢} = ٩$

٣) $٨^{\frac{-٢}{٣}} = \left(\sqrt[٣]{٨}\right)^{-٢}$

$= ٢^{-٢}$

$= \frac{١}{٢^{٢}}$

$= \frac{١}{٤}$

كيف نجد الجذر التربيعي أو التكعيبي لعدد غير مربع أو مكعب كامل :-

* تحلل
* نختار من كل عاملان أو ثلاث عوامل، عامل واحد ونضربها معاً والباقي يبقى تحت الجذر

مثال :- جد ناتج :-

① $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

② $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

③ $\sqrt[3]{54} = 3\sqrt[3]{2}$

8	2	
4	2	
2	2	← يبقى تحت الجذر
1		

20	2	
10	2	
5	5	← يبقى تحت الجذر
1		

54	2	← يبقى
27	3	
9	3	
3	3	
1		

العمليات على الجذور

1) الجمع والطرح :- لجمع أو طرح جذران يجب ان يكون لهما نفس الدليل والعددان تحت الجذور متشابهان ، حيث نجمع او نطرح الارقام قبل الجذر فقط

مثال :-
جد ناتج :-

1) $5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$ 2) $4\sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{7} = 5\sqrt[3]{7}$

2) الضرب :- لضرب جذران يشترط فقط ان يكون لهما نفس الدليل فقط حيث نضرب الاعداد تحت الجذر معاً ، والارقام قبل الجذر معاً.

مثال :-
جد ناتج :- ① $2\sqrt{5} \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{15}$ ② $\sqrt[3]{2} \times 4\sqrt[3]{5} = 4\sqrt[3]{10}$

ملاحظة : $\sqrt{أ} \times \sqrt{أ} = أ$

اولويات العمليات الحسابية

في حالة وجود اكثر من عملية حسابية نتبع تسلسل العمليات كما يلي :- (ان وجد)

١) الاقواس ٢) الاسس
٣) الضرب أو القسمة من جهة اليمين
٤) الجمع أو الطرح من جهة اليمين

مثال :-

أولاً

١) $٦ + ٥ \times ٢ = ٦ + ١٠ = ١٦$

٢) $(٦+٢) \times ٣ = ٨ \times ٣ = ٢٤$

أولاً

أولاً

٣) $٢ \times ٣^{٢} = ٢ \times ٩ = ١٨$

٤) $٦ \div ٢ \times ٥ = ٣ \times ٥ = ١٥$

أولاً

المتغير والمقادير الجبرية

الحد الجبري :- هو حاصل ضرب عدد ثابت في متغير حيث يسمى العدد الثابت بمعامل المتغير.

امثلة

$٣س$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $٤^{٢}$ ، $س$

معامل متغير معاملها (١)

الحدود الجبرية المتشابهة :-

هي حدود لها نفس المتغير مع قوته وان اختلفت المعاملات

امثلة

$٣س^{٥}$ ، $٦س^{٥}$ حدان متشابهان

$س^{٨}$ ، $٣س^{٨}$ حدان متشابهان

$س^{٢}$ ، $٢س^{٣}$ حدان غير متشابهان

ثانياً :- الجمع والطرح

عند جمع أو طرح مقادير جبرية ننظر فقط الى الحدود الجبرية المتشابهة بحيث نجمع أو نطرح المعاملات فقط.

امثلة

١) $٥س^{٣} + ٢س^{٣} = ٧س^{٣}$

٢) $٩س^{٥} - س^{٥} = ٨س^{٥}$

٣) $س^{٢} + ٣س + ٧س^{٢} + ٧س = ٨س^{٢} + ١٠س$

ثانياً :- الضرب

عند ايجاد حاصل ضرب حد جبري في حد جبري آخر نقوم بضرب معامل الحد الأول بمعامل الحد الثاني ثم نجمع أسس المتغيرات المتشابهة

أمثلة

١) $٣س^{٥} \times ٧س^{٢} = ٢١س^{٧}$

٢) $س^{٨} \times ٤س = ٤س^{٩}$

٣) $-٥س^{٣} \times ٨س^{٢} = -٤٠س^{٥}$

٤) $٦ \times ٢س^{٨} = ١٢س^{٨}$

قانون التوزيع

١) $أ \times (ب \pm جـ) = أ \times ب \pm أ \times جـ$

٢) $(أ+ب)(جـ+د) = أ \times جـ + أ \times د + ب \times جـ + ب \times د$

أمثلة

١) $٣س^{٢}(٥س^{٣} + ٤س^{٢}) = ١٥س^{٥} + ١٢س^{٤}$

٢) $(٣س + ٨)(س^{٢} - ٥س) =$

$٣س^{٣} - ١٥س^{٢} + ٨س^{٢} - ٤٠س$

$٣س^{٣} - ٧س^{٢} - ٤٠س$

مفكوك $(أ \pm ب)^{٢}$

$(أ \pm ب)^{٢} = أ \times أ \pm ٢ \times أ \times ب + ب \times ب$

مربع الأول ٢×الأول×الثاني مربع الثاني

أمثلة

١) $(س+٥)^{٢} = س^{٢} + ١٠س + ٢٥$

٢) $(س+ص)^{٢} = س^{٢} + ٢س ص + ص^{٢}$

٣) $(٥س-٢)^{٢} = ٢٥س^{٢} - ٢٠س + ٤$

مفكوك $(أ+ب)^{٣}$

$(أ+ب)^{٣} = أ^{٣} + ٣ \times أ^{٢} \times ب + ٣ \times أ \times ب^{٢} + ب^{٣}$

مثال :-

١) $(س+٢)^{٣} = س^{٣} + ٣ \times س^{٢} \times ٢ + ٣ \times س \times ٢^{٢} + ٨$

$= س^{٣} + ٦س^{٢} + ١٢س + ٨$

٢) $(س+ص)^{٣} = س^{٣} + ٣س^{٢}ص + ٣س ص^{٢} + ص^{٣}$

طرق التحليل

المقصود بالتحليل هو كتابة المقدار الجبري على شكل حاصل ضرب أعوامله

١) فرق بين مربعين

$$أ^2 - ب^2 = (أ - ب)(أ + ب)$$

جذر الحد الأول — جذر الحد الثاني

أمثلة :-

① $س^2 - 9 = (س-3)(س+3)$

② $س^2 - 16 = (س-4)(س+4)$

③ $1 - س^2 = (1-س)(1+س)$

④ $س^4 - 16 = (س^2-4)(س^2+4)$

$= (س-2)(س+2)(س^2+4)$

لا تحلل لأنه السبب

⑤ $(2س+1)^2 - 25 = (2س+1-5)(2س+1+5)$

$= (2س-4)(2س+6)$

⑥ $81 - (س+1)^2 = (9-(س+1))(9+(س+1))$

$= (8-س)(10+س)$

ملاحظة: $س^ن + أ$ ← زوجي
مجموع مربعين لا تحلل

٢) فرق بين مكعبين

$$أ^3 - ب^3 = (أ - ب)(أ^2 + أب + ب^2)$$

الجذر التكعيبي للحد الأول — الجذر التكعيبي للحد الثاني — الأول في الثاني — الأول في نفسه — الثاني في نفسه

أمثلة :-

① $س^3 - 8 = (س-2)(س^2+2س+4)$

② $8 - (س+2)^3 = (2-(س+2))(4 + 2(س+2) + (س+2)^2)$

$= -س(4+2(س+2)+(س+2)^2)$

رافت ابراهيم صالح بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

٥) $س^{٢} - س = س(س-١)$

٦) $س^{٣} - س = س(س^{٢}-١)$

$= س(س-١)(س+١)$

٧) $س^{٥} + س^{٢} = س^{٢}(س^{٣}+١)$

٦) تحليل الحدود من الدرجة (٣) فما فوق

$أ س^{ن} + ب س^{ن-١} + \dots + د$ ∴ لتحليل هذا النوع من كثيرات الحدود نبحث أولاً عن أول قاسم من قواسم الحد الثابت (د) والذي ناتج تعويضه (صفراً) وليكن (أ) وعليه يكون (س - أ) هو القوس الأول، ولإيجاد القوس الثاني نقسم كثير الحدود على س - أ ...

أمثلة :-

حلل :-

١) $س^{٣} + س^{٢} + ٢س - ٤$

الحل ∴ قواسم العدد -٤ هي :- (١،-١،٤،-٤،٢،-٢)

بعد التجريب نلاحظ أن العدد (١) ناتج تعويضه صفر، حيث :-

$١^{٣} + ١^{٢} + ٢×١ - ٤ = ٠$ ∴

(س-١) القوس الأول

	$س^{٣}$	$س^{٢}$	س	الثابت
١	١	١	٢	-٤
		١	٢	٤
	١	٢	٤	∴

∴ $س^{٣} + س^{٢} + ٢س - ٤ = (س-١)(س^{٢}+٢س+٤)$

٢) $س^{٤} - ٣س - ١٠$

الحل :-

قواسم العدد -١٠ هي (١،-١،١٠،-١٠،٢،-٢،٥،-٥)

بعد التجريب نلاحظ أن العدد (٢) ناتج تعويضه صفراً، حيث :-

$٢^{٤} - ٣×٢ - ١٠ = صفراً$

(س-٢) القوس الأول

	$س^{٤}$	$س^{٣}$	$س^{٢}$	س	الثابت
٢	١	٠	٠	-٣	-١٠
		٢	٤	٨	١٠
	١	٢	٤	٥	∴

$س^{٤} - ٣س - ١٠ = (س-٢)(س^{٣}+٢س^{٢}+٤س+٥)$

مثال (٤) :- معامل $س^٢ \neq ١$

$$أس^٢ + ب س + جـ = \overbrace{(\square \;\; \underbrace{\square)(\square}_{وسطان} \;\; \square)}^{طرفان}$$

مثلا بشرط ان يكون مجموع الطرفين والوسطين يعطي الحد الاوسط (ب س)

امثلة :-

١) $٣س^٢ - س - ١٤ = \overbrace{(٣س - \underbrace{٧)(س}_{-٧س} + ٢)}^{٦س}$ لاحظ $٦س + ^{-}٧س = -س$

٢) $٢س^٢ - ٣س + ١ = (٢س - ١)(س - ١)$

٣) $٤س^٢ + ٤س + ١ = (٢س + ١)(٢س + ١)$

$= (٢س + ١)^٢$ مربع كامل

٥) عامل مشترك

اذا كان المقدار الجبري ليس فرق مربعين / مكعبين / مقدار ثلاثي :. في هذه الحالة نلجأ الى اخراج عامل مشترك يتكون من عدد يقبل القسمة على جميع المعاملات (ان وجد) واقل قوة للمتغير (س) ان كان كل حد يحتوي متغير (ان وجد)

امثلة

١) $٤٨ - ٣س^٢ = ٣(١٦ - س^٢)$ فرق مربعين

$= ٣(٤ - س)(٤ + س)$

٢) $٢س^٤ + ٥٤س = ٢س(س^٣ + ٢٧)$ مجموع مكعبين

$= ٢س(س + ٣)(س^٢ - ٣س + ٩)$

٣) $س^٣ - ٢س^٢ - ١٥س = س(س^٢ - ٢س - ١٥)$

$= س(س - ٥)(س + ٣)$

٤) $٢س^٢ - ٢س - ٤ = ٢(س^٢ - س - ٢)$

$= ٢(س - ٢)(س + ١)$

ملاحظة: المقدار الجبري من الدرجة الثالثة لا يمكن تحليله الا باخراج عامل مشترك (س)

مثال: $٢س^٣ - ٨س = ٢س(س - ٢)(س + ٢)$

⑤ $\frac{1}{27}$ س^{3} − 125 = ($\frac{1}{3}$ س − 5)($\frac{1}{9}$ س^{2} + $\frac{5}{3}$ س + 25)

3) مجموع مكعبين

أ^{3} + ب^{3} = (أ + ب)(أ^{2} − أب + ب^{2})

امثلة :-

1) 27 + س^{3} = (3 + س)(9 − 3س + س^{2})

2) (س+2)^{3} + 8 = ((س+2) + 2)((س+2)^{2} − 2(س+2) + 4)

= (س + 4)((س+2)^{2} − 2(س+2) + 4)

4) المقدار الثلاثي

أس^{2} + ب س + جـ ∴ وجود 3 حدود (تربيعي + خطي + ناتج) ← رقم لوحده

حالة (1) :- معامل س^{2} يساوي (1)

س^{2} + ب س + جـ = (س ☐)(س ☐)

نبحث عن عددان حاصل ضربهما الحد الثابت (جـ) ومجموعهما معامل س (ب)

امثلة :-

1) س^{2} + 2س − 3 = (س + 3)(س − 1) توضيح ← 3 × −1 = −3 الحد الثابت
3 + −1 = 2 ← معامل س

2) س^{2} − 4س − 5 = (س − 5)(س + 1)

3) س^{2} − 5س + 4 = (س − 1)(س − 4)

4) س^{2} − س − 6 = (س − 3)(س + 2)

5) س^{2} + 4س + 4 = (س + 2)(س + 2) = (س + 2)^{2} مربع كامل

رافت ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الاقترانات

١) الاقتران الثابت :-

$ق(س) = م$ ← عدد

أمثلة :- $ق(س) = ٧$ ، $ل(س) = \frac{١}{٥}$ ، $ك(س) = ٩$ ، $هـ(س) = \pi$

مثال :-

$ق(س) = ٦$ جد $ق(٧)$ ⟸ ناتج تعويض أي مقدار في الاقتران الثابت يعطي دائماً نفس الجواب (م)

الحل :- $ق(٧) = ٦$

٢) الاقتران الخطي :-

$ق(س) = م س + ب$ بشرط $م \neq ٠$

أمثلة :- $ق(س) = ٦س + ١$ ، $ل(س) = س$ ، $هـ(س) = \frac{س}{٣} - ٧$

مثال :- $ق(س) = ٥س - ١$ جد $ق(٤)$ ← نعوض مكان كل س العدد ٤

الحل :- $ق(٤) = ٥ \times ٤ - ١ = ١٩$

٣) كثيرات الحدود :-

$ق(س) = م س^{ن} + ب س^{ن-١} + \ldots$ بشرط ن : عدد صحيح موجب ١، ٢، ٣، ٤، ..

مثال :- $ق(س) = س^٢ + ٢س + ١$ جد $ق(س+٢)$ ← نعوض مكان كل س بـ س+٢

الحل :- $ق(س+٢) = (س+٢)^٢ + ٢(س+٢) + ١ = س^٢ + ٤س + ٤ + ٢س + ٤ + ١ = س^٢ + ٦س + ٩$

٤) الاقتران المتشعب

هو اقتران معرف بأكثر من قاعدة .

مثال :- $ق(س) = \begin{cases} ٥س + ١ & ، ١ \leq س < ٣ \\ \sqrt{س + ٧} & ، ٣ \leq س < ١٢ \end{cases}$ جد :-

① $ق(٢) = ٥ \times ٢ + ١ = ١١$

② $ق(٩) = \sqrt{٩ + ٧} = ٤$

③ $ق(٣) = \sqrt{٣ + ٧} = \sqrt{١٠}$

حيث يتم التعويض حسب القاعدة المناسبة

٥) اقتران أكبر عدد صحيح [س]

مثال

١) [٣,٢] = ٣

٢) [٠,٧] = صفر

٣) [-٠,٤] = -١

٤) [٢/٣] = صفر

٥) [-٢,٨] = -٣

باختصار

١) صحيح الكسر العشري الموجب هو الجزء الصحيح

٢) صحيح الكسر العشري السالب هو الجزء الصحيح مضافاً اليه (-١).

٣) في حالة كان الكسر العادي مقامه أكبر من بسطه وكان موجباً فان الناتج صفر أما سالب فالناتج (-١)

مثال

١) [٧] = ٧   ٢) [-٣/٥] = -١

٣) [-١٥] = -١٥   ٤) [٣/٥] = ٠

إعادة تعريف

ق(س) = [أ س + ب] ← صحيح

١) نجد أولاً طول الفترة حيث

طول الفترة = ١ / |أ| ← معامل (س)

٢) نبدأ من الصفر بحيث نزيد ونطرح طول الفترة الى أن نصل الى الفترة المطلوبة

٣) نضع المساواة عند بداية كل فترة اذا كان معامل (س) موجب وفي نهاية الفترة اذا كان معامل (س) سالب بحيث نعوض عند المساواة

مثال أعد تعريف

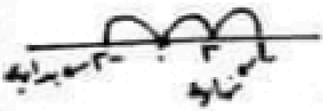
١) ق(س) = [س/٢ + ٣]

حيث س ∈ [-٢، ٤]

معامل (س) موجب

الحل:

طول الفترة = ١ / (١/٢) = ٢



ق(س) =
٢ ، -٢ ≤ س < ٠
٣ ، ٠ ≤ س < ٢
٤ ، ٢ ≤ س < ٤
٥ ، س = ٤

٢) ق(س) = [٥ − س]
حيث س ∈ (٠ ، ٣]

الحل: طول الفترة = ١/١ = ١

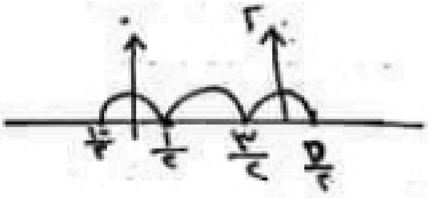
ق(س) =
- ٤ ، ٠ < س ≤ ١
- ٣ ، ١ < س ≤ ٢
- ٢ ، ٢ < س ≤ ٣

ملاحظة [أس + ب] كسر

اذا كانت قيمة (ب) كسر في هذه الحالة نبدأ من صفر الاقتران.

٣) ق(س) = [س − ١/٢]
حيث س ∈ [٠ ، ٢)

الحل: طول الفترة = ١/١ = ١
نضع س − ١/٢ = ٠ ⟸ س = ١/٢



ق(س) =
- −١ ، ٠ ≤ س < ١/٢
- ٠ ، ١/٢ ≤ س < ٣/٢
- ١ ، ٣/٢ ≤ س < ٢

خصائص مهمة

١) [أس ± ب] = [أس] ± ب

٢) [أس + ب] = هـ فإن:
هـ ≤ أس + ب < هـ + ١

مثال

١) حل المعادلة
[٢س + ٤] = ٧

الحل:
٧ ≤ ٢س + ٤ < ٨
−٤ −٤ −٤
٣/٢ ≤ ٢س/٢ < ٤/٢
٣/٢ ≤ س < ٢ مجموعة الحل [٣/٢ ، ٢)

٢) بسط [٥س + ٨] − [٥س]

الحل: ~~[٥س]~~ + ٨ − ~~[٥س]~~ = ٨

مهم

٥) $\boxed{\text{اقتران القيمة المطلقة } |س|}$

مثال

١) |١٨| = ١٨ ٢) |−٩| = ٩

اقتران القيمة المطلقة يعطي دائماً عدداً موجباً

إعادة تعريفه

١) نضع ق(س) = ٠ ∴ نجد قيم (س)

٢) نضع قيم (س) على خط الأعداد وندرس إشارة ق(س) بحيث في المنطقة الموجبة يبقى الاقتران كما هو، أما في المنطقة السالبة نضرب بـ (-١)

مثال : أعد تعريف :-

١) ق(س) = |٣س - ١٢|

الحل :-

٣س - ١٢ = ٠ ∴

$\frac{٣س}{٣} = \frac{١٢}{٣}$ ⟸ س = ٤

(٣س - ١٢)-　　　(٣س - ١٢)

اختبر(٣)　　　اختبر(٥)

ق(س) = { ٣س - ١٢ ، س ≥ ٤ ؛ ١٢ - ٣س ، س < ٤ }

٢) ق(س) = |س² - ٤|

الحل :-

س² - ٤ = ٠ ∴

س² = ٤ ⟸ س = ٢ ، -٢

(س² - ٤)　　　-(س² - ٤)　　　(س² - ٤)

-٢　　　٢

ق(س) = { س² - ٤ ، س ≤ -٢ ؛ ٤ - س² ، -٢ < س < ٢ ؛ س² - ٤ ، س > ٢ }

خصائص

١) $\left|\frac{أ}{ب}\right| = \frac{|أ|}{|ب|}$

٢) |ق(س)| = أ → ق(س) = أ ، ق(س) = -أ

مثال :- حل المعادلة :-

|س - ٣| = ٨

س - ٣ = ٨ ⟸ س = ١١

س - ٣ = -٨ ⟸ س = -٥

مجموعة الحل {-٥ ، ١١}

٣) |سⁿ| = سⁿ بشرط ن زوجي

مثال :- |س⁴| تكافئ س⁴

٤) |ق(س)| ≤ أ ⟸ -أ ≤ ق(س) ≤ أ

ب) |ق(س)| ≥ أ ⟸ ق(س) ≥ أ ، ق(س) ≤ -أ

المقادير الجبرية الكسرية

عند جمع أو طرح مقدارين جبريان كسريان يفضل أو تحليل المقام ان (أمكن). بحيث :-

$$\frac{أ}{ب} \pm \frac{جـ}{د} = \frac{أ \times د \pm ب \times جـ}{ب \times د}$$

مثال : جد صيغة مايلي :-

١) $\frac{١}{س} + \frac{١}{٣}$

الحل :- $\frac{٣ \times ١ + ١ \times س}{٣ \times س} = \frac{٣ + س}{٣س}$

٢) $\frac{٣}{س+١} + \frac{٥}{٢س+٥}$

الحل :- $\frac{٣(٢س+٥) + ٥(س+١)}{(س+١)(٢س+٥)}$

$= \frac{٦س + ١٥ + ٥س + ٥}{(س+١)(٢س+٥)}$

$= \frac{١١س + ٢٠}{(س+١)(٢س+٥)}$

٣) $\frac{س}{س-٣} - \frac{١٨}{س^٢-٩}$

الحل :- تحليل

$\frac{س}{س-٣} - \frac{١٨}{(س-٣)(س+٣)}$

$\frac{س(س+٣)}{(س-٣)(س+٣)} - \frac{١٨}{(س-٣)(س+٣)}$

$\frac{س^٢ + ٣س - ١٨}{(س-٣)(س+٣)} = \frac{(س+٦)(س-٣)}{(س-٣)(س+٣)}$

$= \frac{س+٦}{س+٣}$

توضيح

في حالة جمع أو طرح حدود جبرية نقوم فقط بجمع أو طرح الحدود الجبرية ذات الحدود المتشابهة حيث :-

$٢س^٢ + ٨س^٢ = (٢+٨)س^٢ = ١٠س^٢$

$س^٢ + ٨س$: لا نجمع لاختلاف الأسس.

أما في حالة الضرب فنضرب المعاملات و نجمع الأسس

$٣س^٢ \times ٨س^٥ = (٣ \times ٨)س^{٢+٥} = ٢٤س^٧$

معادلة الخط المستقيم

لإيجاد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطتين أ(س١، ص١)
ب(س٢، ص٢) نتبع ما يلي :-

١) نجد ميل الخط المستقيم م = $\frac{ص٢ - ص١}{س٢ - س١}$

٢) نكتب المعادلة

ص - ص١ = م(س - س١) ونعوض بدل س١، ص١، م فقط

مثال

جد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطتين (٢،٥)،(٣،٩)

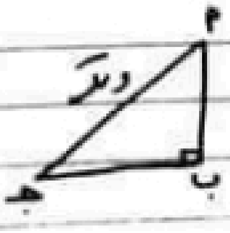
الحل :- م = $\frac{ص٢ - ص١}{س٢ - س١}$ = $\frac{٩ - ٥}{٣ - ٢}$ = ٤

ص - ص١ = م(س - س١)

ص - ٥ = ٤(س - ٢)

نظرية فيثاغورس

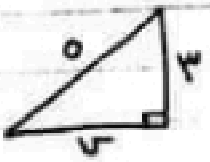
تستخدم اذا كان المثلث قائم الزاوية



القانون

$(أجـ)^2 = (أب)^2 + (بجـ)^2$

مثال :- جد طول الضلع المجهول



الحل :-

$٢٥ = س^2 + ٩$

$س^2 = ٢٥ - ٩$

$س^2 = ١٦$

$س = \sqrt{١٦} = ٤$

حل المعادلات

قبل القيام بحل أي معادلة يجب أن تكون مكتوبة بأبسط صورة بحيث يوجد حد جبري واحد فقط له نفس القوة

بمعنى :-

$٥\text{س}^{٢} - ٦\text{س}^{٣} + ٨\text{س}^{٢} = ٠$

تبسط إلى $١٣\text{س}^{٢}$

٢) المعادلة التربيعية

$\text{أ}\text{س}^{٢} + \text{ب}\text{س} + \text{جـ} = \text{صفر}$

توجد (٣) حالات :-

حالة (١) :- (ب س) غير موجودة

في هذه الحالة بالنقل ثم نأخذ جذر الطرفين

مثال :- حل المعادلة :-

$٢\text{س}^{٢} - ٣٢ = ٠$

الحل: $\frac{٢\text{س}^{٢}}{٢} = \frac{٣٢}{٢}$

$\text{س}^{٢} = ١٦$

$\text{س} = \pm\sqrt{١٦} = ٤ ، -٤$

حالة (٢) :- (جـ) غير موجودة

في هذه الحالة ← عامل مشترك

مثال :- حل المعادلة :-

$٢\text{س}^{٢} - ٨\text{س} = ٠$

الحل :-

$٢\text{س}(\text{س} - ٤) = ٠$

$٢\text{س} = ٠$ ، $\text{س} - ٤ = ٠$

$\text{س} = ٠$ ، $\text{س} = ٤$

مجموعة الحل $\{٠ ، ٤\}$

حالة (٣) :- موجود ٣ حدود :-

في هذه الحالة يفضل التحليل أو القانون العام بشرط جعل الطرف الآخر يساوي صفر، وقسمة كل حد على معامل ($\text{س}^{٢}$) إن وجد فكانت جميع الحدود تقبل القسمة على معامل ($\text{س}^{٢}$).

مثال : حل المعادلة

$٦\text{س}^{٢} - ٦\text{س} + ٥ = ٤١$

أولاً: بالتحليل

نبسط المعادلة

$٦\text{س}^{٢} - ٦\text{س} + ٥ - ٤١ = ٠$ نبسط

$٦\text{س}^{٢} - ٦\text{س} - ٣٦ = ٠ \quad \div ٦$

$\text{س}^{٢} - \text{س} - ٦ = ٠$

$(\text{س} - ٣)(\text{س} + ٢) = ٠$

٣ ، -٢

مجموعة الحل $\{-٢ ، ٣\}$

ثانياً: بالقانون العام

$س^2 - س - 6 = 0$

أ = 1 ، ب = -1 ، جـ = -6

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - 4أجـ}}{2أ}$

$= \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4\times1\times-6}}{2\times1} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2}$

$س = \frac{1 \pm 5}{2}$

$س = \frac{1+5}{2} = 3$

$س = \frac{1-5}{2} = -2$

ب) معادلتان من الدرجة الأولى او ثانية

يفضل حل هذا النوع من المعادلات بالحذف لكن يجب ترتيب المتغيرات المتشابهة عمودياً والطرف الأيسر ثابت.

مثال: حل المعادلات التالية:

1) $س = ص + 1$ —— (1)

$5ص = 2س + 1$ —— (2)

الحل: نرتب أولاً:

$س - ص = 1$

$-2س + 5ص = 1$

نجعل احد المتغيرات في كلا المعادلتان متشابهان لكن مختلفان بالإشارة ولكن (س)

$س - ص = 1$ / نضرب في (2)

$-2س + 5ص = 1$

$2س - 2ص = 2$ نجمع

$-2س + 5ص = 1$

$3ص = 3 \Rightarrow \boxed{ص = 1}$

نعوض قيمة (ص) في احدى المعادلتان ولتكن (1)

$س = 1 + 1 = 2 \Rightarrow \boxed{س = 2}$

2) $3س^2 + ص^2 = 4$ —— (1)

$س^2 + 4ص^2 = 5$ —— (2)

الحل: نضرب المعادلة (1) في (-4)

$-12س^2 - 4ص^2 = -16$ نجمع

$س^2 + 4ص^2 = 5$

$-11س^2 = -11 \Rightarrow س^2 = 1$

$\Rightarrow س = 1 ، -1$

عند $س = 1$ نعوض في معادلة (1)

$3(1)^2 + ص^2 = 4$

$ص^2 = 4 - 3 = 1 \Rightarrow ص = 1 ، -1$

عند $س = -1$ نعوض في معادلة (1)

$3(-1)^2 + ص^2 = 4$

$ص^2 = 4 - 3 = 1 \Rightarrow ص = 1 ، -1$

مجموعة الحل: {(1،1)، (1،-1)، (-1،1)، (-1،-1)}

حـ) معادلة تربيعية وخطية

عند وجود معادلتان احداهما من الدرجة الثانية والثانية من الدرجة الاولى نتبع ما يلي :-

1) نجد احد المتغيرين من المعادلة الخطية بدلالة الآخر (موضوع القانون)

2) نعوض المتغير من الخطوة (1) في المعادلة التربيعية بحيث نحلل التربيع ونجمع الحدود المتشابهة ثم نحل المعادلة التربيعية الناتجة

مثال :- حل المعادلة :-

$س + 2ص = 0$ ← (1)

$9س^2 + 16ص^2 = 52$ ← (2)

الحل: من المعادلة الاولى نجعل (س) موضوع القانون أو ص لكن نفضل (س) لعدم وجود معامل معها.

$س = -2ص$ نعوض في التربيعية

$9(-2ص)^2 + 16ص^2 = 52$

$36ص^2 + 16ص^2 = 52$

$52ص^2 = 52 \Leftarrow ص^2 = 1$

$\Leftarrow ص = 1 ، -1$

عند $ص = 1 \Leftarrow س = -2 \times 1 = -2$

عند $ص = -1 \Leftarrow س = -2 \times -1 = 2$

∴ مجموعة الحل = $\{(-2، 1)، (2، -1)\}$

د) معادلة تحوي جذور

يحل هذا النوع من المعادلة وذلك بوضع الجذر في طرف والباقي في طرف ثم نربع او نكعب ... حسب دليل الجذر

مثال :- حل المعادلات :-

1) $\sqrt{2س+6} + 4 = 8$

الحل: $\sqrt{2س+6} = 4$ نربع الطرفين

$2س + 6 = 16$

$2س = 16 - 6 = 10$

$\boxed{س = 5}$

2) $\frac{2}{\sqrt[3]{س+7}} = \frac{2}{3}$

الحل: ضرب تبادلي

$2\sqrt[3]{س+7} = 6 \,/\, 2$

$\sqrt[3]{س+7} = 3$ نكعب الطرفين

$س + 7 = 27$

$س = 27 - 7 = 20 \Leftarrow \boxed{س = 20}$

و) معادلة من الدرجة الثالثة أو اكثر :-

نقوم بحل هذا النوع من المعادلات باخراج عامل مشترك ان امكن او بالتحليل :

مثال :- حل المعادلات :-

① $2س^3 - 2س = 0$ عامل مشترك

الحل :-

$2س(س^2 - 1) = 0$

$\frac{2س}{2} = \frac{0}{2}$ $\boxed{س = 0}$

$س^2 = 1$

$س = \pm\sqrt{1} = \pm 1$

② $س^3 + س^2 + 2س - 4 = 0$

$(س - 1)(س^2 + 2س + 4) = 0$

لا يحل

$س - 1 = 0$

$\boxed{س = 1}$

و) معادلة من الدرجة الثالثة أو أكثر :-

نقوم بحل هذا النوع من المعادلات باخراج عامل مشترك ان امكن او بالتحليل :

مثال :- حل المعادلات :-

① $٢س^{٣} - ٢س = ٠$ عامل مشترك

الحل :-

$٢س(س^{٢} - ١) = ٠$

$\frac{٢س}{٢} = \frac{٠}{٢}$ $\boxed{س = ٠}$

$س^{٢} = ١$

$س = \pm\sqrt{١} = \pm ١$

② $س^{٣} + س^{٢} + ٢س - ٤ = ٠$

$(س - ١)(س^{٢} + ٢س + ٤) = ٠$

لا حل

$س - ١ = ٠$

$\boxed{س = ١}$

حل معادلة من الدرجة الأولى :-

الخطوات :-

١. فك الاقواس (ان وجدت)
٢. نضع المتغيرات في طرف والثوابت في طرف بحيث نغير اشارة الحد الذي ننقله
٣. نبسط طرفي المعادلة ان وجدت حدود متشابهة
٤. نقسم طرفي المعادلة على معامل المتغير

مثال :- حل المعادلات :-

١) ٣(س + ٥) = ١١ + س

الحل :- ٣س + ١٥ = ١١ + س

نبسط ٣س - س = ١١ - ١٥

٢س / ٢ = -٤ / ٢ ومنه $\boxed{\text{س} = -٢}$

٢) ٢س - ٣ = ٩

الحل :- ٢س = ٩ + ٣ نبسط

٢س / ٢ = ١٢ / ٢ ومنه $\boxed{\text{س} = ٦}$

٣) ٢س - ٢ = ١٠

الحل :- ٢س = ١٠ + ٢

٢س / ٢ = ١٢ / ٢

$\boxed{\text{س} = ٦}$

٤) ٢س + ٥ = ٣س - ٦

الحل :- ٣س - ٢س = ٥ + ٦

$\boxed{\text{س} = ١١}$

ل) المعادلات المثلثية :

هي معادلات تحوي نسب مثلثية (حاس، قتاس، ظاس،...)

حالة (١)

وجود اقتران مثلثي واحد فقط :

نقوم بحل هذا النوع من المعادلات وذلك بوضع الاقتران المثلثي في طرف والباقي في طرف ثم نقسم طرفي المعادلة على معامل الاقتران المثلثي ثم نأخذ قيمة (س) لنقارنها بالطرف الآخر.

مثال : حل المعادلات التالية :-

١) $\frac{١}{٢}$ - حاس = ٠ ، س ∈ [٠، π]

الحل :- حاس = $\frac{١}{٢}$

لكن الجيب موجب فقط في الربع الأول والثاني

∴ س = ٣٠°، ١٥٠°

٢) ٢ جتا $\frac{س}{٢}$ - ١ = ٠ ، س ∈ [٠، ٢π]

الحل :- ٢ جتا $\frac{س}{٢}$ = ١ / نضرب بـ $\frac{١}{٢}$

جتا $\frac{س}{٢}$ = $\frac{١}{٢}$

جيب التمام موجب في الربع الأول والرابع

∴ $\frac{س}{٢}$ = ٦٠ ⇐ س = ١٢٠°

$\frac{س}{٢}$ = ٣٠٠° ⇐ س = ٦٠٠° ∉ [٠، π]

∴ قيم س = ١٢٠°

حالة (٢)

وجود أكثر من اقتران مثلثي.

نقوم بحل هذا النوع من المعادلات من خلال توحيد الزوايا إن كانت مختلفة وجعل الاقترانات المثلثية بدلالة اقتران مثلثي واحد من خلال القسمة أو المطابقات.

مثال : حل المعادلة

$\sqrt{٣}$ حاس - جتاس = ٠ ، س ∈ [٠، π]

الحل :- $\sqrt{٣}$ حاس - جتاس = ٠ / نقسم على جتاس

$\sqrt{٣}$ ظاس - ١ = ٠

$\sqrt{٣}$ ظاس = ١ ⇐ ظاس = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

⇐ س = $\frac{π}{٦}$

المجال للاقتران ق(س)

المقصود بالمجال هو القيم المسموح بتعويضها في الاقتران :-

١) كثير الحدود :-

المجال هو ح ← $(-\infty ، \infty)$

٢) الاقتران النسبي $\frac{ق(س)}{هـ(س)}$

المجال هو ح باستثناء أصفار المقام

مثال :- جد مجال $ق(س) = \frac{س^٢ - ٤}{س^٢ - ٩}$

الحل :- $س^٢ - ٩ = ٠ \Leftarrow س^٢ = ٩ \Leftarrow س = ٣ ، -٣$

∴ المجال هو $ح - \{٣ ، -٣\}$

٣) الجذور الزوجية والفردية :-

مجال الجذور الفردية هو ح أما الزوجية هو أن يكون ما داخل الجذر أكبر أو يساوي صفر

مثال : جد مجال $ق(س) = \sqrt{٣س - ٩}$

الحل : $٣س - ٩ \geq ٠ \Leftarrow ٣س \geq ٩$ نقسم على (٣) ← $س \geq ٣$

المجال ← $[٣ ، \infty)$

المرافق

مقدار + مقدار آخر مرافقه (مقدار) ∓ (مقدار آخر)

وحاصل ضربهما هو مربع الأول - مربع الثاني

مثال :- حلل الجدول

المقدار	مرافقه	حاصل الضرب
√س − ٣	√س + ٣	س − ٩
٤ − √س	٤ + √س	١٦ − س
√(١٤٤س) − ٨	√(١٤٤س) + ٨	١٤٤س − ٦٤ = [illegible]

٢) المرافق التكعيبي

س³ − ص³ = (س − ص)(س² + س ص + ص²)

مترافقان

بشكل عام

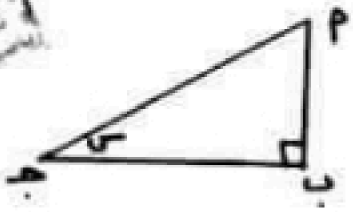
أ − ب مرافقه أ² + أ ب + ب²

حيث حاصل ضرب أي مقدار في مرافقه التكعيبي هو :- مكعب الأول − مكعب الثاني.

مثال :- حلل الجدول

المقدار	مرافقه	حاصل الضرب
∛س − ٢	(∛س)² + ٢∛س + ٤	س − ٨
∛(س+٦) − ٢	(∛(س+٦))² + ٢∛(س+٦) + ٤	س + ٦ − ٨ = س − ٢

النسب المثلثية



١) الاقترانات الاساسية :-

جا س = المقابل / الوتر = أب / أجـ

جتا س = المجاور / الوتر = بجـ / أجـ

ظا س = المقابل / المجاور = أب / بجـ

٢) العلاقة بين الاقترانات المثلثية

١) جا س = ١ / قتا س

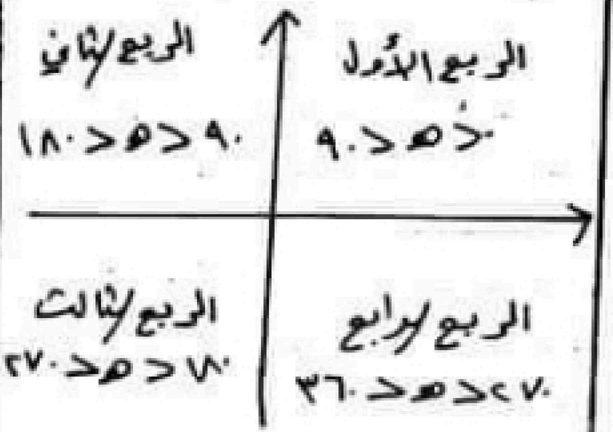
٢) جتا س = ١ / قا س

٣) ظا س = جا س / جتا س

٤) ظتا س = ١ / ظا س = جتا س / جا س

رافت حجازي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

٣) إشارة الاقترانات الدائرية :-



حيث :-

أ) الربع الأول :- كل النسب المثلثية موجبة.

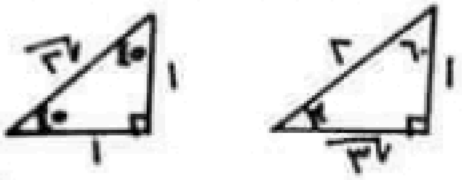
ب) الربع الثاني :- الجيب وقاطع التمام موجبان والباقي سالب

جـ) الربع الثالث :- الظل وظل التمام موجبان والباقي سالب

د) الربع الرابع :- جيب التمام والقاطع موجبان والباقي سالب

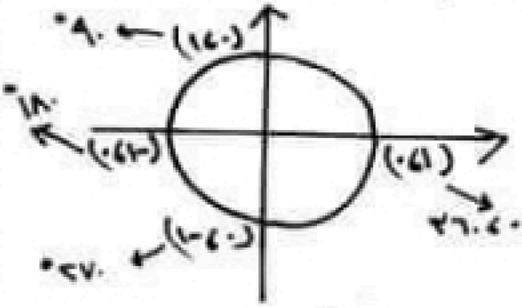
٤) حساب الزوايا

أولاً :- الزوايا (٣٠، ٦٠، ٤٥) :-
لحساب النسب المثلثية لهذه الزوايا نستفيد من المثلثات التاليان :-



س	٣٠°	٦٠°	٤٥°
جاس	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
جتاس	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
ظاس	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$	١
قاس	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	٢	$\sqrt{2}$
قتاس	٢	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$
ظتاس	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	١

ثانياً :-
الزوايا (٠، ٩٠، ١٨٠، ٢٧٠، ٣٦٠)
لحساب النسب المثلثية لهذه الزوايا نستفيد من دائرة الوحدة :-



حيث الاحداثي السيني يمثل جيب التمام (جتاس) والاحداثي الصادي يمثل الجيب (جاس).

رأفت حماتي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

س	٠	٩٠°	١٨٠°	٢٧٠°	٣٦٠°
حاس	٠	١	٠	-١	٠
حتاس	١	٠	-١	٠	١
ظاس	٠	غ.م	٠	غ.م	٠
قاس	١	غ.م	-١	غ.م	١
قتاس	غ.م	١	غ.م	-١	غ.م
ظتاس	غ.م	٠	غ.م	٠	غ.م

ثالثاً :- الزوايا التي تقع خارج الربع الأول (١٢٠، ١٣٥، ٣٣٠ ....

توجد (٣) حالات :-

أ) اذا وقعت (هـ) في الربع الثاني نقوم بطرح (١٨٠ - هـ) ثم نحدد الاشارة.

مثال جد حا ١٢٠°

الحل :- حا(١٢٠°) = حا(١٨٠ - ١٢٠°)

= حا ٦٠ = $\frac{\sqrt{3}}{2}$

موجب لأنه في الربع الثاني موجب

ب) اذا وقعت (هـ) في الربع الثالث نقوم بطرح (هـ - ١٨٠°) ثم نحدد الاشارة

مثال جد حتا ٢١٠°

الحل :- حتا ٢١٠° = حتا(٢١٠ - ١٨٠)

= حتا ٣٠°

= $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (سالب لانه جيب التمام في الربع الثالث سالب)

جـ) اذا وقعت في الربع الرابع نقوم بطرح (٣٦٠ - هـ) ثم نحدد الاشارة

مثال جد ظا ٣٠٠

الحل :- ظا ٣٠٠ = ظا(٣٦٠ - ٣٠٠)

= ظا ٦٠°

= $-\sqrt{3}$ (سالب لانه الظل في الربع الرابع سالب)

رابعاً :- الزوايا السالبة

* حتا -هـ = حتا هـ
* حا -هـ = - حا هـ
* ظا -هـ = - ظا هـ

مثال: جد :-

١) حا -٣٠ = -حا ٣٠ = $-\frac{1}{2}$

٢) حتا -٦٠ = حتا ٦٠ = $\frac{1}{2}$

٣) ظا -٤٥ = -ظا ٤٥ = -١

رسم كثيرات الحدود

١) الاقتران الثابت

ق(س) = أ

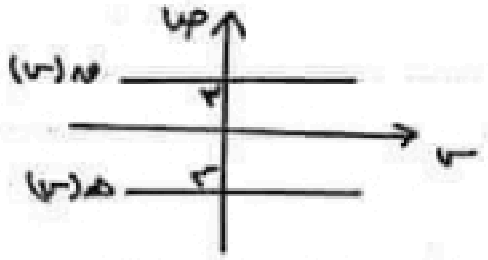
الخطوات

نعين (أ) على محور الصادات ونرسم خط مستقيم يوازي محور السينات

مثال :- ارسم :-

ق(س) = ٣

هـ(س) = -٣



٢) الاقتران الخطي

ق(س) = أس + ب

الخطوات

١) نجد نقطة التقاطع مع محور السينات بوضع ص = ٠ :.

٢) نجد نقطة التقاطع مع محور الصادات بوضع س = ٠ :.

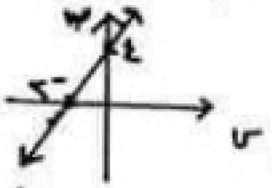
مثال : ارسم ق(س) = ٢س + ٤

الحل :-

عند س = ٠ ← ص = ٢×٠ + ٤ = ٤

عند ص = ٠ ← ٢س + ٤ = ٠ ∴ س = -٢

س	٠	-٢
ص	٤	٠



٣) الاقتران التربيعي :-

ق(س) = أس² + ب س + جـ

الخطوات

١) أ : موجب مفتوح للأعلى ∪ أما (أ) سالب مفتوح للأسفل ∩

٢) نجد احداثي الراس ($\frac{-ب}{٢أ}$ ، ق($\frac{-ب}{٢أ}$))

٣) نجد نقاط التقاطع مع المحورين

مثال :. ارسم ق(س) = س² - ٢س - ٣

الحل : أ = ١ موجب مفتوح للأعلى ∪

س = $\frac{-ب}{٢أ}$ = $\frac{٢}{٢×١}$ = ١

ق(١) = ١² - ٢×١ - ٣ = -٤

الراس (١ ، -٤)

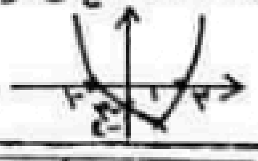
عند س = ٠ ← ص = ٠² - ٢×٠ - ٣ = -٣

(٠ ، -٣) نقطة تقاطع مع محور الصادات

عند ص = ٠ ← س² - ٢س - ٣ = ٠ :.

(س - ٣)(س + ١) = ٠ ⇐ س = ٣ ، -١

(-١ ، ٠) ، (٣ ، ٠) نقطة تقاطع مع محور السينات



متفرقات

1) $\sqrt[n]{\text{أ} \times \text{ب}} = \sqrt[n]{\text{أ}} \times \sqrt[n]{\text{ب}}$

في حالة كانت ن زوجي يشترط ما داخل الجذر موجب

2) $\sqrt[n]{\frac{\text{أ}}{\text{ب}}} = \frac{\sqrt[n]{\text{أ}}}{\sqrt[n]{\text{ب}}}$

3) $\sqrt[n]{\text{س} \pm \text{ص}} \neq \sqrt[n]{\text{س}} \pm \sqrt[n]{\text{ص}}$

لا يوزع الجذر في حالة الجمع والطرح

4) $\frac{\text{أ}+\text{ب}}{\text{أ}+\text{ب}} = \frac{\text{ب}+\text{أ}}{\text{أ}+\text{ب}} = \frac{\text{ب}+\text{أ}}{\text{ب}+\text{أ}} = 1$

5) $\frac{\text{أ}-\text{ب}}{\text{ب}-\text{أ}} = -1$

6) $\frac{\text{أ}+\text{ب}+\text{جـ}}{\text{د}} = \frac{\text{أ}}{\text{د}} + \frac{\text{ب}}{\text{د}} + \frac{\text{جـ}}{\text{د}}$

يجوز توزيع البسط على المقام إذا كان المقام حد واحد

7) $\frac{\text{أ}}{\text{ب}+\text{جـ}} \neq \frac{\text{أ}}{\text{ب}} + \frac{\text{أ}}{\text{جـ}}$

غير مسموح

8) $\sqrt{(\text{مقدار})^2} = |\text{مقدار}|$

9)

ستيني	دائري
٠	٠
٣٠°	$\frac{\pi}{6}$
٤٥°	$\frac{\pi}{4}$
٦٠°	$\frac{\pi}{3}$
٩٠°	$\frac{\pi}{2}$
١٨٠°	π
٣٦٠°	2π

للتحويل من التقدير الدائري للستيني نضرب بـ $\frac{180}{\pi}$ وعكس نضرب بـ $\frac{\pi}{180}$

١٠) الاقتران الأسي :- هو اقتران يكون فيه الأس متغير

امثلة :-

هـ(س) = $٣^{س}$ ، ل(س) = $٩^{س^٢-١}$

١١) $س^{\frac{م}{ن}} \xrightarrow{\text{تحول}} \sqrt[ن]{س^م} = \left(\sqrt[ن]{س}\right)^م$

١٢) الاقتران اللوغاريتمي الطبيعي :- هـ(س) = $لو_{هـ}$ ل(س)

امثلة :-

هـ(س) = $لو_{هـ}$ (٢س^٢ + ١) ، هـ(س) = $لو_{هـ}$ (١ + س^٢ - س)

حيث قوانينه :-

* $لو_{هـ} ١$ = صفر * $لو_{هـ} هـ = ١$ * $لو_{هـ} هـ^{ن} = ن$

* $لو_{هـ} (أ \times ب) = لو_{هـ} أ + لو_{هـ} ب$ * $لو_{هـ} \frac{أ}{ب} = لو_{هـ} أ - لو_{هـ} ب$

١٢) الفترات :-

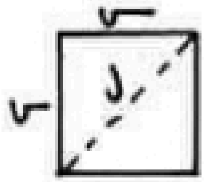
(أ ، ب) مفتوحة ، أ ، ب خارج الفترة

[أ ، ب] مغلقة أ ، ب داخل الفترة

(أ ، ب] نصف مفتوحة أ: خارج الفترة ، ب داخل الفترة

[أ ، ب) نصف مفتوحة أ: داخل الفترة ، ب خارج الفترة

المربع :-



$\text{المساحة} = \text{س}^2$

$\text{المحيط} = ٤\text{س}$

$\text{طول القطر ل} = \sqrt{٢}\,\text{س}$

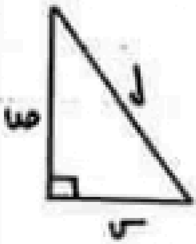
المستطيل :-

$\text{المساحة} = \text{س} \times \text{ص}$

$\text{المحيط} = ٢\text{س} + ٢\text{ص}$

$\text{طول القطر ل} = \sqrt{\text{س}^2 + \text{ص}^2}$

المثلث القائم الزاوية :-

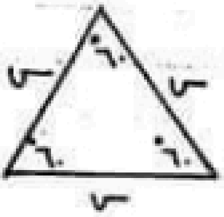


$\text{المساحة} = \frac{1}{2} \times \text{س} \times \text{ص}$

$\text{المحيط} = \text{س} + \text{ص} + \text{ل}$

$\text{ل}^2 = \text{س}^2 + \text{ص}^2$ (فيثاغورس)

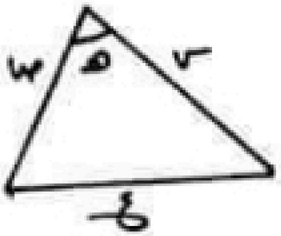
المثلث متساوي الأضلاع



$\text{المساحة} = \frac{\sqrt{٣}}{٤}\,\text{س}^2$

$\text{المحيط} = ٣\text{س}$

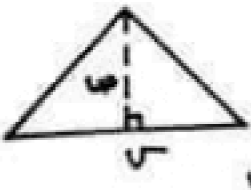
المثلث غير قائم الزاوية



$\text{المساحة} = \frac{1}{2} \times \text{س} \times \text{ص} \times \text{جا هـ}$

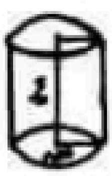
$\text{ع}^2 = \text{س}^2 + \text{ص}^2 - ٢ \times \text{س} \times \text{ص} \times \text{جتا هـ}$

المثلث :-



$\text{المساحة} = \frac{1}{2} \times \text{س} \times \text{ص}$

الاسطوانة



$\text{الحجم} = \text{ط نق}^2\,\text{ع}$

$\text{المساحة الجانبية} = ٢\text{ط نق ع}$

$\text{المساحة الكلية} = ٢\text{ط نق ع} + ٢\text{ط نق}^2$

المخروط

$\text{الحجم} = \frac{1}{3}\,\text{ط نق}^2\,\text{ع}$

$\text{المساحة الجانبية} = \text{ط نق ل}$

$\text{ل} = \sqrt{\text{ع}^2 + \text{نق}^2}$

٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤ | أ. [illegible]