دوسية تأسيس للفرع الأدبي

إعداد

الأستاذ :

يوسف العكايلة

(دوسية خاسيس / للفرع الادبي)

⊛ كيف نتعامل مع الاشارات ؟؟

يوسف العكايلة

١ حالة الجمع والطرح

أ) اذا تشابهت اشارة العددان نجمع العددان ونضع نفس اشارة العددان .

← امثلة

$١+٢=٣$

$-٣+-٤=-٧$

$-٥-٨=-١٣$

ب) اذا اختلفت اشارة العددان فاخذ الفرق بينهما (نطرح العددان) ونضع اشارة العدد الاكبر .

← امثلة

$-٨+٢=-٦$

$١٥+-٤=١١$

$٤-٩=-٥$

٢ حالة الضرب والقسمة

أ) اذا كانت الاشارات متشابهة ، يكون الجواب موجب .

← امثلة

$-٧\times-٤=٢٨$

$-١٢\div-٣=٤$

$٥\times٢=١٠$

$١٤\div٢=٧$

ب) اذا كانت الاشارات مختلفة ، يكون الجواب سالب .

← امثلة

$٨\times-٧=-٥٦$

$-٣٦\div٦=-٦$

(١)

يوسف العكايلة

* كيف نتعامل مع العدد (صفر)؟؟

١) صفر × أي عدد دائماً الجواب صفراً.

٠ × ١ = ٠

٦ × ٠ = ٠

٢) صفر ÷ أي عدد دائماً الجواب صفراً.

٠ ÷ ١٠ = ٠

$\frac{٠}{٣} = ٠$

٣) صفر + أي عدد يعطي العدد نفسه

٩ = ٩ + ٠

١٥- = ١٥- + ٠

٤) صفر - عدد موجب يعطي سالب العدد.

صفر - عدد سالب يعطي موجب العدد.

٧- = ٧ - ٠

٤ = ٤- - ٠

ملاحظات

١ عند قسمة أي عدد على نفسه يكون الناتج (١) اذا كان لهما نفس الاشارة، و(-١) اذا كانا مختلفين في الاشارة.

٢ ÷ ٢ = ١ ⟸

٢٠- ÷ ٢٠- = ١

٤- ÷ ٤ = ١- ⟸

٢ عند ضربه اي عدد في العدد (١) يعطي العدد نفسه.

١ × ٥ = ٥ ⟸

١ × ١٧- = ١٧-

٣ عند قسمة أي عدد على العدد (١) تعطي العدد نفسه .

← ٣ ÷ ١ = ٣

-٦ ÷ ١ = -٦

يوسف العكايلة

٤ عدد ÷ صفر يعطي قيمة غير معرفة .

١٠/٠ غير معرفة

٧/٠ غير معرفة

---

* الكسور ← اي بسط / مقام

١) الجمع و الطرح

في عمليتي الجمع والطرح نقوم اولاً بتوحيد المقامات ثم جمع او طرح البسط مع بقاء المقام نفسه

* ١/٢ + ٣/٤

= ١×٢ / ٢×٢ + ٣/٤

= ٢/٤ + ٣/٤

= ٥/٤

* ١/٣ + ١/٥

= ١×٥ / ٣×٥ + ١×٣ / ٥×٣

= ٥/١٥ + ٣/١٥

= ٨/١٥

* ٣ - ٤/٥

← اذا كان العدد لوحده نخلي مقامه (١)

= ٣/١ - ٤/٥

= ٣×٥ / ١×٥ - ٤/٥

= ١٥/٥ - ٤/٥

= ١١/٥

٢) الضرب

نقوم بضرب البسط مع البسط والمقام مع المقام .

* ١/٤ × ٥/٢

= ١×٥ / ٤×٢

= ٥/٨

* ١٠ × ١/٢

= ١٠/١ × ١/٢

= ١×١٠ / ١×٢

= ١٠/٢

= ٥

* ١ ٣/٤ × ٥/٧

= ٣×٤+٤ / ٤ × ٥/٧

= ١٥/٢٨

٣) القسمة

عند قسمة الكسور نقوم بتحويل القسمة الى ضرب ، ثم نقلب الكسر بعد اشارة القسمة ، ثم نقوم بعملية الضرب .

يوسف العكايلة

* $\frac{٣}{٥} \div \frac{٧}{٢}$

$= \frac{٣}{٥} \times \frac{٢}{٧}$

$= \frac{٦}{١٠}$

* $\frac{٧}{٣} \div ٥$

$= \frac{٧}{٣} \times \frac{١}{٥}$

$= \frac{٧}{١٥}$

* $\frac{١٣}{١٠} \div \frac{٣}{٢}$

$= ١٠ \times \frac{٣}{٢}$

$= \frac{٣٠}{٢}$

$= ١٥$

---

* الاسس وقوانينها

$م^{ن}$ ← الاساس ، ن ← الاس

$م^{ن} = م \times م \times م \times \dots$ (ن من المرات)

$٢^{٥} = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ = ٣٢$

١) $(أ ب)^{ن} = أ^{ن} \times ب^{ن}$

$(٣ \times ٢)^{٢} = (٣)^{٢} \times (٢)^{٢} = ٩ \times ٤ = ٣٦$

٢) $(م^{ن})^{م} = م^{ن \times م}$

$(٢^{٣})^{٢} = (٢)^{٣ \times ٢} = (٢)^{٦} = ٦٤$

٣) $م^{ن} \times م^{م} = (م)^{ن + م}$ ← في حالة الضرب تجمع الاسس اذا كانت الاساسات متساوية .

$٣^{٢} \times ٣^{٥} = (٣)^{٢+٥} = (٣)^{٧}$

$ص^{٢} \times ص^{٣} = (ص)^{٢+٣} = ص^{٥}$

٤) $م^{ن} / م^{م} = (م)^{ن - م}$ ← في حالة القسمة تطرح الاسس اذا كانت الاساسات متساوية .

$٥^{٤} \div ٥^{٢} = (٥)^{٤-٢} = ٥^{٢} = ٢٥$

$ع^{٥} / ع^{٥} = (ع)^{٥-٥} = ع^{٠}$

٥ $م^{-ن} = \frac{١}{م^{ن}}$

$\Leftarrow (٢)^{-٤} = \frac{١}{(٢)^{٤}} = \frac{١}{١٦}$

يوسف العكايلة

٦ $\frac{١}{م^{-ن}} = م^{ن}$

$\Leftarrow \frac{١}{(\frac{١}{٣})^{٢}} = ٣^{٢} = ٩$

٧ $م^{٠} = ١$ ← (اي عدد قوة صفر تساوي ١)

$\Leftarrow (١٠)^{٠} = ١$

$(-٥)^{٠} = ١$

٨ $(\frac{م}{ب})^{ن} = \frac{م^{ن}}{ب^{ن}}$

$\Leftarrow (\frac{٣}{٤})^{٢} = \frac{(٣)^{٢}}{(٤)^{٢}} = \frac{٩}{١٦}$

٩ $(\frac{م}{ب})^{-ن} = (\frac{ب}{م})^{ن} = \frac{(ب)^{ن}}{(م)^{ن}}$

$\Leftarrow (\frac{٣}{٤})^{-٢} = (\frac{٤}{٣})^{٢} = \frac{٤^{٢}}{٣^{٢}} = \frac{١٦}{٩}$

ملاحظة

* $(م + ب)^{ن} \neq م^{ن} + ب^{ن}$ ← لاتساوي

* $(م - ب)^{ن} \neq م^{ن} - ب^{ن}$

نتيجة الاسس توزع في عمليتي الضرب والقسمة ولا توزع في عمليتي الجمع والطرح.

* اولويات العمليات الحسابية

١) الاقواس
٢) الاسس
٣) الضرب والقسمة
٤) الجمع والطرح

ملاحظة
اذا تساوت الاولوية نبدأ من اليمين الى اليسار .

يوسف العكايلة

⇐ $٣ - ٥ \times ٣ + (٢ \times ٢^{٣}) - ١٠ \div ٢$

$= ٣ - ٥ \times ٣ + (٢ \times ٨) - ١٠ \div ٢$

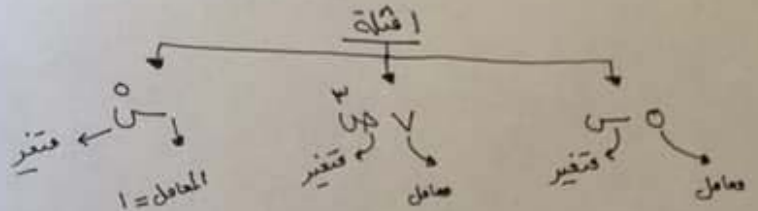
$= ٣ - ٥ \times ٣ + ١٦ - ١٠ \div ٢$

$= ٣ - ١٥ + ١٦ - ٥$

$= -١$

* المقادير الجبرية والعمليات عليها

⊛ الحد الجبري : قد يكون ثابتاً ، أو متغيراً ، أو حاصل ضرب ثابت بمتغير ، أو حاصل ضرب متغيرين أو أكثر ، حيث نسمى الثابت معاملاً .



* الحدود الجبرية المتشابهة : هي حدود لها نفس المتغير مع قوته ، حتى وان اختلفت المعاملات .

⇐ ٤ س ، ٣ س ← حدود متشابهة

٣ س ص ، - ٥ س ص ← حدود متشابهة

٧ ص٢ ، ٢ ص٢ ← حدود متشابهة

١) جمع وطرح الحدود والمقادير الجبرية

في حالة الجمع او الطرح نقوم بجمع او طرح الحدود الجبرية المتشابهة ، حيث نقوم بجمع او طرح المعاملات فقط مع بقاء المتغير كما هو .

يوسف العكايلة

امثلة

١) $٣س + ٥س = ٨س$

٢) $٣س^{٣} - ٥س^{٣} = -٢س^{٣}$

٣) $٥س^{٣} - ٤س^{٢}ص + ٦س^{٣} - ٣س^{٢}ص + ٤س + ١ = ١١س^{٣} - ٧س^{٢}ص + ٥س + ١$

٤) $٣ص^{٢} - ٤س + ٢ص^{٢} + ٣ص + ك = ٥ص^{٢} - ٢س + ك$

٢) الضرب

* الحالة الاولى : (ضرب حد جبري في حد جبري) .

نضرب المعاملات ثم نطبق قواعد الاسس (نجمع الاسس للمتغيرات)

امثلة

١) $٥س \times ٤س = ٢٠س^{٢}$

٢) $٧س^{٢} \times ٦س^{٣} = ٤٢س^{٥}$

٣) $-٢س ص \times ٥ص = -١٠س ص^{٢}$

* الحالة الثانية : (ضرب حد جبري في مقدار جبري) .

القاعدة ← $أ \times (ب \pm جـ) = أ \times ب \pm أ \times جـ$

امثلة

١) $٤س^{٢}(س - ٥) = ٤س^{٣} - ٢٠س^{٢}$

٢) $-٣س(٢س^{٣} - ٧س^{٥}) = -٦س^{٤} + ٢١س^{٦}$

* الحالة الثالثة : (ضرب مقدار جبري في مقدار جبري آخر)

القاعدة ← $(أ+ب)(جـ+د) = أ \times جـ + أ \times د + ب \times جـ + ب \times د$

أمثلة

١) $(س^٤ - ٣س)(٥س - ٢س^٢) = ٥س^٣ - ٢س^٤ - ١٥س^٢ + ٦س^٣$

$= ١١س^٣ - ٢س^٤ - ١٥س^٢$

يوسف العكايلة

٢) $(٢س - ٦)(٧ + ٩س) = ١٤س + ١٨س^٢ - ٤٢ - ٥٤س$

$= -٤٠س + ١٨س^٢ - ٤٢$

ملاحظة

فكوك المقدار $(أ \pm ب)^٢$

← القاعدة $أ^٢ \pm ٢ \times أ \times ب + ب^٢$

بالكلمات ← $(الاول)^٢ \pm ٢ \times الاول \times الثاني + (الثاني)^٢$

أمثلة

① $(س - ٢)^٢ = س^٢ - ٤س + ٤$

② $(٣س + ٢)^٢ = ٩س^٢ + ١٢س + ٤$

* الاقترانات

١) الاقتران الثابت $(ق(س) = أ$ عدد$)$

← $ق(س) = ٧$ ، $ق(س) = \frac{١}{٥}$

مثال إذا كان $ق(س) = ٤$ ، فجد $ق(١)$ ، $ق(١٠)$

← المقصود ايجاد صورة العدد ١، ١٠

$ق(١) = ٤$

$ق(١٠) = ٤$

٢) الاقتران الخطي ($ق(س) = أ س + ب$ ، $أ \neq ٠$)

⬅ $ق(س) = ٨ س - ٢$ ، $ق(س) = س$

يوسف العكايلة

مثال اذا كان $ق(س) = ٢ س - ١$ ، فجد $ق(٥)$ ؟

$ق(٥) = ٢ \times ٥ - ١٠$

$ق(٥) = ٩$

٣) الاقتران المتشعب

هو اقتران معرف باكثر من قاعدة .

مثال اذا كان $ق(س) = \begin{cases} ٥ س + ٥ & ، س \geq ٢ \\ ٣ س - ٢ & ، ٢ < س \leq ٦ \end{cases}$ ، جد مايلي

نعوض في القاعدة الاولى جميع الاعداد الاقل من او تساوي (٢)

نعوض في القاعدة الثانية جميع الاعداد الاكبر من (٢) والاقل او تساوي (٦)

① $ق(٢) = ٥ \times ٢ + ٥ = ١٥$

② $ق(٦) = ٣ \times ٦ - ٢ = ١٦$

③ $ق(٠) = ٥ \times ٠ + ٥ = ٥$

④ $ق(٥) = ٣ \times ٥ - ٢ = ١٣$

* التحليل الى العوامل مهم جداً

اولاً الفرق بين مربعين :

$س^٢ - ص^٢ = (س - ص)(س + ص)$

اي أن $س^٢ - ص^٢ = (\text{الجذر} - \text{الجذر})(\text{الجذر} + \text{الجذر})$.

امثلة ① $س^٢ - ٢٥ = (س - ٥)(س + ٥)$

② $٤٩ - ص^٢ = (٧ - ص)(٧ + ص)$

③ $(٢ س - ١)^٢ - ٦٤ = (٢ س - ١ - ٨)(٢ س - ١ + ٨) = (٢ س - ٩)(٢ س + ٧)$

④ $س - ١ = (\sqrt{س} - ١)(\sqrt{س} + ١)$ ⑨

ثانياً : الفرق بين مكعبين ($س^3 - ص^3$)

$$س^3 - ص^3 = (س - ص)(س^2 + س ص + ص^2)$$

أي أن $س^3 - ص^3 = (\text{الأول} - \text{الثاني})((\text{الأول})^2 + \text{الأول} \times \text{الثاني} + (\text{الثاني})^2)$

يوسف العكايلة

أمثلة

① $س^3 - ٢٧ = (س - ٣)(س^2 + ٣س + ٩)$

② $٨ - س^3 = (٢ - س)(٤ + ٢س + س^2)$

ثالثاً : مجموع مكعبين ($س^3 + ص^3$)

$$س^3 + ص^3 = (س + ص)(س^2 - س ص + ص^2)$$

أي أن $س^3 + ص^3 = (\text{الأول} + \text{الثاني})((\text{الأول})^2 - \text{الأول} \times \text{الثاني} + (\text{الثاني})^2)$

أمثلة

① $ص^3 + ١ = (ص + ١)(ص^2 - ص + ١)$

② $٦٤ + س^3 = (٤ + س)(١٦ - ٤س + س^2)$

رابعاً : تحليل العبارة التربيعية

$$س^2 + ب س + جـ = (س \square)(س \square)$$

نبحث عن عددان حاصل ضربهما (جـ) ومجموعهما (ب)

أمثلة

① $س^2 + ٥س + ٤ = (س + ٤)(س + ١)$

② $س^2 - ٣س - ٤ = (س - ٤)(س + ١)$

③ $س^2 - ٢س + ١ = (س - ١)(س - ١)$

④ $س^2 + ٢س - ١٥ = (س + ٥)(س - ٣)$

خامساً : اخراج عامل مشترك

العامل المشترك قد يكون عدد أو متغير أو عدد مع متغير ويكون حسب القواعد التالية :

① اذا كان المقدار من الدرجة الاولى (خطي) يحلل باخراج المعامل فقط عامل مشترك .

② اذا احتوى كل حد على نفس المتغير (س) مثلاً ، نخرج اقل قوة لـ (س) عامل مشترك .

③ اذا احتوى كل مقدار على (س) وكان هناك عدد يقبل القسمة على جميع المعاملات ، نخرج عدد مع متغير عامل مشترك .

امثلة

يوسف العكايلة

① $٤س + ١٦ = ٤(س + ٤)$

② $س^{٢} - ٣س = س(س - ٣)$

③ $٥س^{٣} - ١٥س = ٥س(س^{٢} - ٣)$

④ $س^{٣} - ٥س^{٢} + ٦س = س(س^{٢} - ٥س + ٦)$ ← عبارة تربيعية

$= س(س - ٢)(س - ٣)$

* اقتصار المقادير الجبرية

ملاحظة $\frac{س - ص}{ص - س} = ١$ ، $\frac{س - ص}{ص - س} = -١$ *

امثلة

① $\frac{س^{٢} - ٦س + ٨}{٤ - س} = \frac{(س - ٢)(س - ٤)}{(٤ - س)} = (س - ٢)$

② $\frac{س^{٢} - ١٢٥}{س^{٢} - ٢٥} = \frac{(س - ٥)(س^{٢} + ٥س + ٢٥)}{(س + ٥)(س - ٥)} = \frac{س^{٢} + ٥س + ٢٥}{س + ٥}$

③ $\frac{س^{٣} - ٢٧}{٣ - س} = \frac{(س - ٣)(س^{٢} + ٣س + ٩)}{-(س - ٣)} = -(س^{٢} + ٣س + ٩)$

* **حل المعادلات** ← يقصد بحل المعادلة ايجاد قيمة المتغير فيها .

اولاً : معادلة من الدرجة الاولى (خطية) .

خطوات الحل

١- فك الاقواس ان وجدت .

٢- نجعل الحدود التي فيها س في طرف والثوابت في طرف .

٣- نجمع الحدود ثم نقسم على معامل س اذا لم يكن (١) .

يوسف العكايلة

امثلة حل المعادلات الآتية :

① $٥س - ٣ = ٧$

$+٣ \quad +٣$

$\frac{٥س}{٥} = \frac{١٠}{٥}$

$س = ٢$

② $٦ - ٣س = ٥س - ٢$

$-٣س - ٥س = -٢ - ٦$

$\frac{-٨س}{-٨} = \frac{-٨}{-٨}$

$س = ١$

③ $٤(س - ١) = ١٦ - ٦س$

$٤س - ٤ = ١٦ - ٦س$

$٤س + ٦س = ١٦ + ٤$

$\frac{١٠س}{١٠} = \frac{٢٠}{١٠}$

$س = ٢$

ثانياً : معادلة من الدرجة الثانية ($أ س^٢ + ب س + جـ$)

١) الحالة الاولى :

وجود ($س^٢$) مع عدد بدون وجود (س) ، حيث ننقل العدد ثم نأخذ الجذر التربيعي للطرفين .

امثلة

① $س^٢ - ٤ = ٠$

$س^٢ = ٤$ بأخذ الجذر للطرفين

$س = \pm ٢$

② $٧س^٢ - ٧ = ٠$

$٧س^٢ = ٧$

$س^٢ = ١$ بأخذ الجذر للطرفين

$س = \pm ١$

٢) الحالة الثانية :

وجود $س^{٢}$ مع س دون وجود الحد الثابت (جـ) ، نقوم بافراج عامل مشترك ثم استخدام الخاصية الصفرية .

امثلة

① $٣س^{٢} - ٩س = ٠$

$٣س(س - ٣) = ٠$

$٣س = ٠ \leftarrow \boxed{س = ٠}$

$س - ٣ = ٠ \leftarrow \boxed{س = ٣}$

② $س^{٢} = س$

$س^{٢} - س = ٠$

$س(س - ١) = ٠$

$\boxed{س = ٠}$

$\boxed{س = ١}$

كنوله

الخاصية الصفرية

$أ \times ب = ٠$

اما $أ = ٠$

او $ب = ٠$

او كلاهما .

يوسف العكايلة

٣) الحالة الثالثة :

وجود $س^{٢}$ مع س مع عدد نستخدم القانون العام او التحليل .

امثلة

① $س^{٢} - ٧س + ١٠ = ٠$

$(س - ٥)(س - ٢) = ٠$

$س = ٥ ، س = ٢$

② $٢س^{٢} - ٨س + ٦ = -٢$

$٢س^{٢} - ٨س + ٦ + ٢ = ٠$

$٢س^{٢} - ٨س + ٨ = ٠$ ← بالقسمة على (٢)

$س^{٢} - ٤س + ٤ = ٠$

$(س - ٢)(س - ٢) = ٠$

$س = ٢$

⇐ القانون العام هو $س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$

يسمى المقدار $ب^{٢} - ٤أجـ$ بالمميز ويجب ان يكون ≥ ٠

مثال حل المعادلة $س^{٢} + ٥س - ١٨ = ٠$ باستخدام القانون العام .

يوسف العكايلة

$أ = ١$ ← معامل $س^{٢}$

$ب = ٥$ ← معامل $س$

$جـ = -١٨$ ← الحد المطلق

لحسب المميز

$ب^{٢} - ٤أجـ = (٥)^{٢} - ٤(١)(-١٨)$

$= ٢٥ + ٣٦$

$= ٣٦١$

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$$

$$س = \frac{-٥ \pm \sqrt{٣٦١}}{١ \times ٢}$$

$$س = \frac{-٥ \pm ١٩}{٢}$$

$$س_{١} = \frac{-٥ + ١٩}{٢} = \frac{١٤}{٢} = ٧$$

$$س_{٢} = \frac{-٥ - ١٩}{٢} = \frac{-٢٤}{٢} = -١٢$$

مجموعة الحل $= \{-١٢ ، ٧\}$