بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

٨

الجُزءُ الأَوَّل

دولــة فلسطين
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات

فريق التأليف:

أ. محمود كميل (منسقاً)
أ. ربى داوود
أ. فلاح الترك
أ. محاسن سحويل
أ. معز عباس

مركز المناهج

أ. قيس شبانة
أ. نسرين دويكات

قررت وزارة التربية والتعليم في دولة فلسطين
تدريس هذا الكتاب في مدارسها بدءاً من العام الدراسي ٢٠١٧/ ٢٠١٨ م

الإشراف العام

رئيس لجنة المناهج	د. صبري صيدم
نائب رئيس لجنة المناهج	د. بصري صالح
رئيس مركز المناهج	أ. ثروت زيد

الدائرة الفنية

الإشراف الإداري	أ. كمال فحماوي
التصميم الفني	أ. مازن حشيمة

التحكيم العلمي	د. نبيل الجندي
مراجعة	د. سعيد عساف
التحرير اللغوي	أ. رائد شريدة
المتابعة للمحافظات الجنوبية	د. سمية النخالة

الطبعة الثالثة
٢٠٢٠ م/ ١٤٤١ هـ

جميع حقوق الطبع محفوظة ©

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم
مركز المناهج

حي الماصيون، شارع المعاهد
ص. ب 719 - رام الله - فلسطين
pcdc.mohe@gmail.com | pcdc.edu.ps

mohe.ps | mohe.pna.ps | moehe.gov.ps
.com/MinistryOfEducationWzartAltrbytWaltlym
هاتف +970-2-2983280 | فاكس +970-2-2983250

تـقـديـم

يتصف الإصلاح التربوي بأنه المدخل العقلاني العلمي النابع من ضرورات الحالة، المستند إلى واقعية النشأة، الأمر الذي انعكس على الرؤية الوطنية المطورة للنظام التعليمي الفلسطيني في محاكاة الخصوصية الفلسطينية والاحتياجات الاجتماعية، والعمل على إرساء قيم تعزز مفهوم المواطنة والمشاركة في بناء دولة القانون، من خلال عقد اجتماعي قائم على الحقوق والواجبات، يتفاعل المواطن معها، ويعي تراكيبها وأدواتها، ويسهم في صياغة برنامج إصلاح يحقق الآمال، ويلامس الأماني، ويرنو لتحقيق الغايات والأهداف.

ولما كانت المناهج أداة التربية في تطوير المشهد التربوي، بوصفها علماً له قواعده ومفاهيمه، فقد جاءت ضمن خطة متكاملة عالجت أركان العملية التعليمية التعلمية بجميع جوانبها، بما يسهم في تجاوز تحديات النوعية بكل اقتدار، والإعداد لجيل قادر على مواجهة متطلبات عصر المعرفة، دون التورط بإشكالية التشتت بين العولمة والبحث عن الأصالة والانتماء، والانتقال إلى المشاركة الفاعلة في عالم يكون العيش فيه أكثر إنسانية وعدالة، وينعم بالرفاهية في وطن نحمله ونعظمه.

ومن منطلق الحرص على تجاوز نمطية تلقّي المعرفة، وصولاً لما يجب أن يكون من إنتاجها، وباستحضار واعٍ لعديد المنطلقات التي تحكم رؤيتنا للطالب الذي نريد، وللبنية المعرفية والفكريّة المتوخّاة، جاء تطوير المناهج الفلسطينية وفق رؤية محكومة بإطار قوامه الوصول إلى مجتمع فلسطيني ممتلك للقيم، والعلم، والثقافة، والتكنولوجيا، وتلبية المتطلبات الكفيلة بجعل تحقيق هذه الرؤية حقيقة واقعة، وهو ما كان له ليكون لولا التناغم بين الأهداف والغايات والمنطلقات والمرجعيات، فقد تآلفت وتكاملت؛ ليكون النتاج تعبيراً عن توليفة تحقق المطلوب معرفياً وتربوياً وفكرياً.

ثمّة مرجعيات تؤطّر لهذا التطوير، بما يعزّز أخذ جزئية الكتب المقرّرة من المنهاج دورها المأمول في التأسيس؛ لتوازن إبداعي خلّاق بين المطلوب معرفياً، وفكرياً، ووطنياً، وفي هذا الإطار جاءت المرجعيات التي تم الاستناد إليها، وفي طليعتها وثيقة الاستقلال والقانون الأساسي الفلسطيني، بالإضافة إلى وثيقة المنهاج الوطني الأول؛ لتوجّه الجهد، وتعكس ذاتها على مجمل المخرجات.

ومع إنجاز هذه المرحلة من الجهد، يغدو إزجاء الشكر للطواقم العاملة جميعها؛ من فرق التأليف والمراجعة، والتدقيق، والإشراف، والتصميم، وللجنة العليا أقل ما يمكن تقديمه، فقد تجاوزنا مرحلة الحديث عن التطوير، ونحن واثقون من تواصل هذه الحالة من العمل.

وزارة التربية والتعليم

مـركـز الـمـنـاهـج الفلسطينية

آب / ٢٠١٧

مـقـدمـة

تُعدّ مرحلة التمكين مرحلة تعليمية مهمة؛كونها تأتي محصلة للمعارف والمفاهيم التي اكتسبها الطلبة من مرحلة التهيئة، وهي مرحلة تبدأ من الصف الخامس، وتنتهي بالصف العاشر، يميل الطلبة خلال هذه المرحلة إلى الاستقلالية في التفكير، والبحث، والاستقصاء؛لذا ما ينبغي مراعاته إشراكهم في المناقشة، وحل المشكلات المطروحة التي يتمّ من خلالها بناء شخصية الطالب القادر على مجاراة التطور العلمي والتكنولوجي الهائل، في عالم مليء بالتغيرات التي تتطلب منه اكتساب روح المبادرة، والتكيف مع مستجدات العصر المتسارعة، بما يضمن له استكشاف المعارف، وفي هذه المرحلة أيضًا، يتمّ تقديم المحتوى التعليمي بقالب عصري؛ليكونَ امتدادًا للمحتوى الرياضي الذي تمّ في مرحلة التأسيس، ويستمرّ المنهاج المبني على الأنشطة أصلًا في ربط التعلم بالسياقات الحياتية بطريقة جاذبة محببة؛ لتكوين طالب متفاعل نشط، ينفّذ الأنشطة والتمارين المتنوعة المطلوبة منه.

تشكّل العملية التعليمية التعلمية في هذه المرحلة الركيزة الأساسية في تمكين الطالب من المفاهيم والمعارف والمهارات، وتوظيفها ضمن سياقات مناسبة، تقوم على حل مشكلات حياتية، ولا يكون ذلك إلا بالقيام بأنشطة محفّزة، ومثيرة للتفكير، تحاكي البيئة الفلسطينية في المجالات الاجتماعية، والاقتصادية، وغيرها، كما تمّ توظيف التكنولوجيا في تنفيذ هذه الأنشطة بطريقة سلسة جذابة، مع الأخذ بعين الاعتبار التدرج في مستوى الأنشطة، بما يتناسب ومستوياتِ الطلبة، والتعامل مع كل مستوى بما يضمن علاج الضعف، وصولًا لتنمية مهارات التفكير العليا لديهم.

تكوَّنَ هذا الكتاب من أربع وحدات اهتمت بتوظيف الرياضيات في سياقات متعددة، وقد تضمنت هذه الوحدات على الترتيب الأعداد النسبية والأعداد غير النسبية، والجبر، والهندسة، والإحصاء. وقد تناولت الأولى مفهومي العدد النسبي والعدد غير النسبي والعمليات وأبرز خصائصها على مجموعتي الأعداد النسبية والأعداد غير النسبية، فيما تناولت الثانية تحليل المقادير الجبرية والعمليات عليها، بينما تناولت الثالثة نظرية فيثاغورس ومفهومي التطابق والتشابه وبعض تطبيقاتهما، أما الرابعة فقد تناولت تمثيل البيانات ومفهوم التشتت وبعض مقاييسه.

أملُنا بهذا العمل، وقد حققنا مطالب العملية التعليمية التعلمية كافة، من خلال منهاج فلسطينيّ واقعيّ منظّم، وإننا إذ نضع بين أيديكم ثمرة جهد متواصل، وكلنا ثقة بكم معلمين ومشرفين تربويين ومديري مدارس، وأولياء أمور، وخبراء ذوي علاقة في رفد هذا الكتاب بمقترحاتكم، وتغذيتكم الراجعة، بما يعمل على تجويده وتحسينه؛ لما فيه مصلحة الطلبة قادة المستقبل.

فريق التأليف

المحتويات

الوحـدة الأولـى

الوحـدة الثانيـة

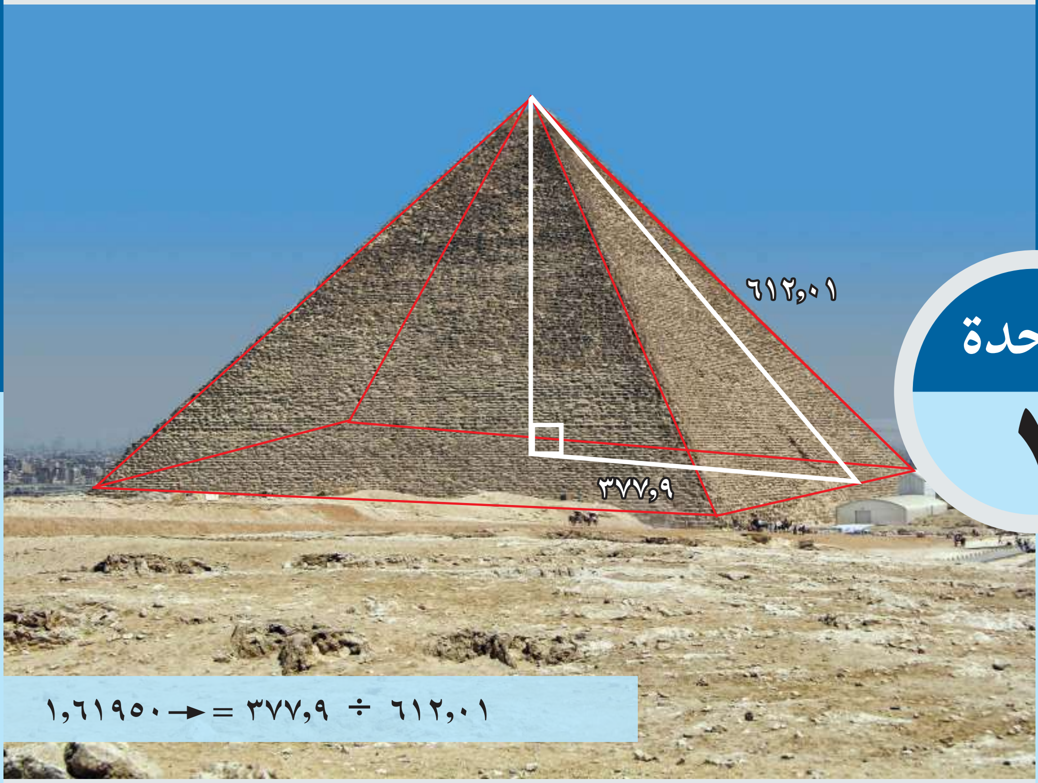
الوحـدة الثالثـة

الوحـدة الرابعـة

الأعداد النسبيّة
والأعداد غير النسبيّة

الوحدة

١



١,٦١٩٥٠ ← = ٣٧٧,٩ ÷ ٦١٢,٠١

النِّسبة المشار إليها في الصورة أعلاه تقترب من نسبة مشهورة، أبحث عن بعض مدلولات هذه النِّسبة في جسم الإنسان وجوانب أخرى في الحياة.

الأبعاد بالقدم (القدم = ٣٠,٤٨سم)

يتوقع مـن الطلبـة بعـد الإنتهـاء مـن دراسـة هـذه الوحـدة والتفاعـل مـع أنشـطتها أن يكونـوا قادريـن علـى توظيـف العمليّـات الحسـابية فـي الأعـداد النسـبيّة والأعـداد غيـر النسـبيّة وخصائصهمـا فـي الحيـاة العمليّـة مـن خـلال الآتـي:

١- التعرُّفُ إلى مفهومي العدد النسبيّ والعدد غير النسبيّ.

٢- التّمييز بين العدد النسبيّ والعدد غير النسبيّ.

٣- كتابة العدد النسبيّ بصور مختلفة.

٤- إيجاد قيمة بعض الجذور لمربّعات كاملة، ومكعّبات كاملة.

٥- إيجاد قيم تقريبيّة لبعض الجذور التَّربيعيّة والتكعيبيّة.

٦- إيجاد ناتج العمليّات الأربع في الأعداد النسبيّة والأعداد غير النسبيّة.

٧- تعرُّف خصائص العمليّات في الأعداد النسبيّة والأعداد غير النسبيّة.

٨- حلّ مشكلات تتضمّن سياقات حياتيّة على الأعداد النسبيّة والأعداد غير النسبيّة.

١-١ العدد النسبيّ:

نشاط ١:

تعلو قبّة الصخرة مجسماً ثُمانياً يبلغ طول ضِلْعه ٢٠,٦م، وارتفاعه ٩,٥م، فيما يضمّ الجزء العُلويّ من كلّ جدار خمسة شبابيك.

العدد ٥ ينتمي لمجموعة الأعداد الطبيعيّة، ورمزها .... .

وكذلك العدد ٥ ينتمي لمجموعة الأعداد الصحيحة، ورمزها .... .

فما المجموعةُ الّتي ينتمي لها العددان ٢٠,٦، ٩,٥، وكيف تميِّز هذه المجموعة؟

نشاط ٢:

يبين الجدول الآتي كميات الأمطار الّتي هطلت عام ٢٠١٦م في بعض مناطق فلسطين، حتى أواخر شهر كانون الأول:

المنطقة	نابلس	القدس	البحر الميت	صفد	يافا
كميات الأمطار(ملم)	٢٤٠	١٣٣	٤	٢٥٤	١٥٠

أُكمِلُ الآتي:

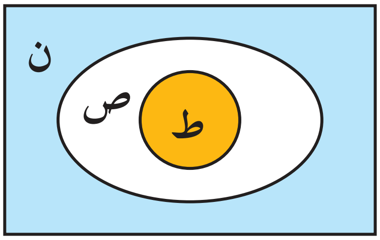
نسبة كمية ما هطل في منطقة نابلس إلى كمية ما هطل في منطقة البحر الميت = $\frac{٢٤٠}{٤}$ = ...

نسبة كمية ما هطل في منطقة نابلس إلى كمية ما هطل في منطقة يافا = $\frac{...}{...}$ = ...

ماذا تُسمى الصيغة الّتي تُكْتَبُ بها مثلُ هذه النِّسَب؟

تعريف: يسمى أيُّ عدد يمكن كتابته بالصورة $\frac{أ}{ب}$ عدداً نسبياً، أ، ب ∈ ص، ب ≠ ٠، ويُرْمَزُ لمجموعة الأعداد النسبية بالرّمز **ن**.

يمكن تمثيل العلاقة بين مجموعات الأعداد **ط**، **ص**، **ن**، كما في الشّكل المجاور.



نشاط٣:

أتأمَّلُ الآتي، ثُمَّ أُكْمِل:

العدد ٢,٤ يُكْتَبُ $\frac{٢٤}{١٠}$ ، فهو عدد نسبيّ.

والعدد - $\sqrt{٩}$ = -٣، وَيُكْتَبُ $\frac{-٣}{١}$ ، فهو عدد نسبيّ.

والعدد $٣\frac{١}{٢}$ يُكْتَبُ .....، فهو عدد نسبيّ.

والعدد ٢,٣٥ يُكْتَبُ .....، فهو ....

نشاط٤:

أُكْمِلُ؛ لأتحقّق من أنّ كلّاً من الآتي: $٠,\overline{٣}$ ، $٠,\overline{٥٢}$ أعداد نسبيّة.

أَفْرِضُ أنّ س = $٠,\overline{٣}$ ، وبضرب الطّرفين بالعدد ١٠ يَنْتُج:

١٠س = $٣,\overline{٣}$ ، وبطرح المعادلتَيْنِ، يَنْتج أنّ

٩س = ٣ ، لماذا؟

ومنها س = ...

أي أنّ $٠,\overline{٣}$ = $\frac{١}{٣}$ ، وهو عدد .... .

وبالْمِثْل، أَفْرِضُ أنّ س = $٠,\overline{٥٢}$ ، وبضرب الطّرفين بالعدد ١٠٠ يَنْتُج:

١٠٠س = $٥٢,\overline{٥٢}$ ، وبطرح المعادلتين يَنْتج

١٠٠س - س = $٥٢,\overline{٥٢}$ - $٠,\overline{٥٢}$ ، ومنها:

٩٩س = ٥٢ ، ومنها س = ...

أي أنّ $٠,\overline{٥٢}$= ...، وهو عدد ... .

أَتَعَلَّم: أيّ عدد عشري دوريّ هو عدد نسبيّ.

يمكن تحويل العدد النسبيّ المكتوب بالصورة $\frac{أ}{ب}$ إلى الصّورة العَشريّة بطرق مختلفة، منها:

١- ضرب البسط والمقام في عدد يجعل مقام الكسر العادي ١٠، ١٠٠، ١٠٠٠، ... .

نشاطه:

أُكْمِلُ تحويل كلّ من الآتي: $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{-٣}{٤}$ ، $\frac{٩}{٤٠}$ إلى كسر عشريّ:

$$\frac{١}{٥} = \frac{١ \times ...}{٥ \times ...} = \frac{...}{١٠} = ٠{,}٢$$

$$\frac{-٣}{٤} = \frac{-٣ \times ...}{٤ \times ...} = \frac{...}{١٠٠} = -٠{,}٧٥$$

$$\frac{٩}{٤٠} = \frac{٩ \times ٢٥}{٤٠ \times ٢٥} = \frac{...}{...} = ٠{,}٢٢٥$$

٢- قسمة البسط على المقام:

مثال:

أَكْتُبُ الكسر $\frac{٣}{٨}$ ، $\frac{١}{٣}$ على صورة كسر عشريّ. ماذا تُلاحِظ؟

$$\frac{٣}{٨} \Leftarrow \begin{array}{r|l} & ٠{,}٣٧٥ \\ \hline ٨ & ٣٠٠ \\ & -٢٤ \\ \hline & ٦٠ \\ & -٥٦ \\ \hline & ٤٠ \\ & -٤٠ \\ \hline & ٠٠ \end{array}$$

أي أنَّ $\frac{٣}{٨} = ٠{,}٣٧٥$ ، وهو كسر عشري منتهٍ.

$$\frac{١}{٣} \Leftarrow \begin{array}{r|l} & ٠,٣٣٣ \\ \hline ٣ & ١٠ \\ & -\underline{٩} \\ & ١٠ \\ & -\underline{٩} \\ & ١٠ \\ & -\underline{٩} \\ & ١ \end{array}$$

الباقي (١) يتكرر

القسمة غير منتهية لذلك نسميه دوري

أي أنّ $\frac{١}{٣} = ٠,\overline{٣}$ ، وهو كسر عشريّ دوريّ.

نشاط٦:

أَكْتُبُ عدداً نسبيّاً يقع بين العددين $\frac{١}{٨}$ ، ٠,٢٥

أحول الكسر $\frac{١}{٨}$ إلى كسر عشري

$$\frac{١}{٨} = \frac{١ \times ...}{٨ \times ١٢٥}$$

$$= \;....\; = ٠,١٢٥$$

الجواب هو أي عدد نسبي يقع بين العدد ٠,١٢٥ و العدد ٠,٢٥

مثلاً: العدد ٠,٢١ يقع بين العددين $\frac{١}{٨}$ ، ٠,٢٥

العدد ـــــــ يقع بين العددين $\frac{١}{٨}$ ، ٠,٢٥

العدد ـــــــ يقع بين العددين $\frac{١}{٨}$ ، ٠,٢٥

العدد ٠,١٥ يقع بين العددين $\frac{١}{٨}$ ، ٠,٢٥ (أقترحُ طريقة أخرى للحلّ).

تَمارينُ وَمَسائِل:

١) أُكْمِلُ الجدول الآتي، بوضع إشارة (✓) إزاء المجموعة الّتي ينتمي إليها العدد:

المجموعة \ العدد	$\sqrt{١٢١}$	٥-	٠,٦	$\frac{-٢}{٥}$	٠,٠٠٠٣٣٣	$٠,\overline{٢٣}$	$١\frac{٣}{٤}$
ط	✓						
ص	✓						
ن	✓						

٢) أُبَيِّنُ أنّ كلّاً من الأعداد الآتية عدد نسبيّ:

٠,٢٥ ، ١,٥ ، $\sqrt[٣]{٢٧}$

٣) أَتحقَّقُ من الآتي:

أ) $٠,\overline{٩} = ١$

ب) $٠,\overline{٥٤} = \frac{٥٤}{٩٩}$

٤) لعب راشد ١١ مباراةً في إحدى الألعاب الرياضية، ففاز في ثلاثٍ منها. أُعَبِّرُ عن نسبة فوزه كعدد عشريّ دوريّ.

٥) أَكْتُبُ عدداً نسبيّاً يقع بين العددين المحددين فيما يأتي:

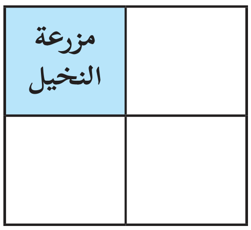
أ) ٠,١٤ ، ٠,١٥

ب) $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{١}{٣}$

٦) مع خليل مئة دينار، تصدق بعشرين دينار للجنة الزكاة في الحي، اكتب العدد النسبي الذي يُعبّر عن نسبة الصدقة التي قدمها خليل.

١-٢ الجذر التَّربيعيّ والجذر التكعيبيّ لعدد نسبيّ

نشاط ١:



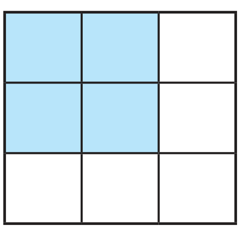
يخطِّط أبو محمد للاستثمار في الزراعة في الأغوار، حيثُ يخصص $\frac{١}{٤}$ مساحة منطقة مربّعة من قطعة أرض يمتلكها لزراعة النخيل، كما في الشكل المجاور، فكم سيكون طول ضلع الجزء المخصص لزراعة النخيل؟

مساحة الجزء المخصص لزراعة النخيل = $\frac{١}{٤}$ مساحة القطعة المربعة

من الشكل، يتبيّن أنّ طول ضلعها = $\frac{\cdots}{\cdots}$ (لماذا؟) ، فما العلاقة بين طول الضِّلْع وَالمِساحة؟

تعلمُ أنّ الجذر التَّربيعيّ للعدد الطبيعيّ المربّع الكامل ب^{٢} هو العدد ب (أحد عامليه المتساويين)، وتكتب بالرموز $\sqrt{\text{ب}^{٢}}$ = ب، فهل يمكن إيجاد الجذر التَّربيعيّ لأيّ عدد نسبيّ مربّع بطريقة مشابهة؟

نشاط ٢:



أَجِدُ قيمة $\sqrt{\frac{٤}{٩}}$.

أَرْسُمُ مربّعاً، طول ضلعه وِحْدَةٌ واحدة وأُقسمه إلى ٩ أجزاء متساوية، وَأُظَلِّلُ $\frac{٤}{٩}$ مِساحتِهِ، كما في الشكل المجاور. أُلاحِظُ أنَّ مِساحة المنطقة المظلّلة يُمثلها الكسرُ $\frac{٤}{٩}$ ومنها طول ضلعها = $\frac{٢}{٣}$ وحدة طول؛

أي أنّ $\sqrt{\frac{٤}{٩}} = \frac{٢}{٣}$ (لماذا ؟)

أتعلم: إذا أمكن كتابة العدد النسبي جـ كحاصل ضرب عددين نسبيين موجبين متساويين فإن العدد $\sqrt{\text{جـ}}$ عدد نسبي موجب، ويمكن إيجاد قيمة $\sqrt{\text{جـ}}$ وفقاً للقاعدة:

$$\sqrt{\text{جـ}} = \sqrt{\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \frac{\text{أ}}{\text{ب}}} = \sqrt{\frac{\text{أ}^{٢}}{\text{ب}^{٢}}} = \frac{\sqrt{\text{أ}^{٢}}}{\sqrt{\text{ب}^{٢}}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}}$$ ، بشرط ب $\neq$ ٠ .

نشاط٣:

أُكْمِلُ لأجد قيمة كل من الآتي: ١) $\sqrt{\frac{١}{٩}}$ ٢) $\sqrt{٠,٠١}$ ٣) $\sqrt{٧\frac{١}{٩}}$

١) $\sqrt{\frac{١}{٩}} = \frac{\sqrt{١}}{\sqrt{٩}} = \frac{...}{...}$

٢) $\sqrt{٠,٠١} = \sqrt{\frac{١}{١٠٠}}$

$= ...$ (لماذا ؟)

٣) $\sqrt{٧\frac{١}{٩}} = \sqrt{\frac{٦٤}{٩}}$

$= ...$

تعلمُ أنَّ ٨، ٢٧، مكعّباتٌ كاملة، وأنَّ $\sqrt[٣]{٨} = ٢$ ، $\sqrt[٣]{٢٧} = ٣$، فهلْ يمكن إيجاد الجذر التكعيبيّ لأيّ عددٍ نسبيّ؟

تعريف: إذا كان جـ $= \frac{أ^٣}{ب^٣}$، ب $\neq ٠$، فإنّ $\sqrt[٣]{جـ}$ عددٌ نسبيّ، $\sqrt[٣]{جـ} = \sqrt[٣]{\frac{أ^٣}{ب^٣}} = \frac{\sqrt[٣]{أ^٣}}{\sqrt[٣]{ب^٣}} = \frac{أ}{ب}$

نشاط٤:

أُكمِلُ إيجاد قيمةِ كلٍّ من الآتي: $\sqrt[٣]{\frac{٢٧}{٨}}$ ، $\sqrt[٣]{-٠,٠٠١}$

$\sqrt[٣]{\frac{٢٧}{٨}} = \frac{\sqrt[٣]{٣^٣}}{\sqrt[٣]{٢^٣}}$

$= ...$

$\sqrt[٣]{-٠,٠٠١} = \sqrt[٣]{\frac{-١}{١٠٠٠}}$

$= ...$

تَمارينُ وَمَسائِل:

١) أَجِدُ قيمةَ كلٍّ من الآتي:

$\sqrt{\frac{٣٦}{٢٥}}$ ، $\sqrt{٥\frac{٤}{٩}}$ ، $\sqrt{٠,٦٤}$

٢) أَجِدُ قيمة كلٍّ من الآتي:

$\sqrt[٣]{١٥\times١٥\times١٥}$ ، $\sqrt[٣]{\frac{٨}{١٢٥}}$ ، $\sqrt[٣]{-٠,٠٠٨}$ ، $\sqrt[٣]{٣\frac{٣}{٨}}$

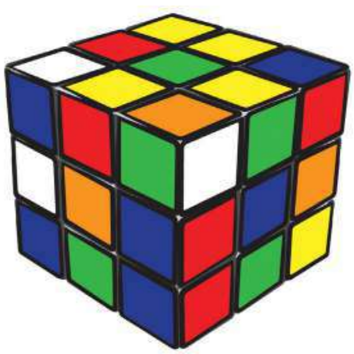
٣) أُكْمِلُ الأنماط الآتية:

أ) $\frac{١}{\sqrt{٩}}$ ، $\frac{١}{\sqrt{١٦}}$ ، $\frac{١}{\sqrt{٢٥}}$ ، ____ ، ____ ، ____ .

ب) $\sqrt[٣]{-٨}$ ، $\sqrt[٣]{-٢٧}$ ، $\sqrt[٣]{-٦٤}$ ، ____ ، ____ ، ____ .

جـ) صفر، $(\sqrt[٣]{٨} - \sqrt{٤})$، $(\sqrt[٣]{٢٧} - \sqrt{٩})$ ، ____ ، ____ ، ____ .

٤) صُمِّمَ مكعّبَ (روبك*)، بحيث يكون حجمه $\frac{٧٢٩}{٨}$ سم^{٣}، فما طول ضِلْعِ هذا المكعّب؟



* هو مكعب ثلاثي الأبعاد يتكون من ستة أوجه وعلى كل وجه تسع ملصقات ملونة بستة ألوان. ويوفر نشاط ذهني يهدف الى إعادة ترتيب الألوان بحيث يظهر لون واحد فقط على كل وجه من أوجه المكعب.

١-٣ مقارنة الأعداد النسبيّة

نشاط ١:

من الحقوق الأساسية للأفراد عدم حرمانهم من جنسيتهم، يعيش حوالَي ٤٤٪ من الفِلَسْطينيّينَ لاجئينَ في الدول العربيّة، وفي الوقت ذاته، فإنّ من بين كلِّ ٢١ مقيماً في دولة فِلَسْطين ٩ لاجئينَ فِلَسْطينيّينَ.

أُوَضِّحُ أيُّهما أكثر، نسبةُ اللّاجئينَ الفِلَسْطينيّينَ في دولة فِلَسْطين، أم نسبتهم في الدول العربية؟

نسبة اللّاجئينَ الفِلَسْطينيّين في الدُّوَلِ العربية = ٤٤٪ = $\frac{٤٤}{١٠٠}$ = ٠,٤٤

نسبة اللّاجئينَ الفِلَسْطينيّين داخلَ فِلَسْطين تَقريباً = $\frac{...}{...}$ = ٠,٤٢٨

وبما أنّ ... < ... ، فإنّ نسبةَ اللّاجئينَ الفِلَسْطينيّين في الدُّوَلِ العربيّةِ أكثرَ من ... .

نشاط ٢:

أُكْمِلُ مقارنةَ كلِّ زوجٍ من الأعدادِ الآتيةِ، وَأُفَسِّرُ إجابَتي:

أ) $-\frac{٥}{٧}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ب) $-\frac{٥}{٨}$ ، $\frac{-٣}{٤}$ جـ) ٢,٥٤ ، ٢,٤٥

أ) $-\frac{٥}{٧}$ < $\frac{٣}{٤}$ ؛ لأنّ ....

ب) $\frac{-٣}{٤}$ = $\frac{-٣ \times ...}{٤ \times ...}$ = $\frac{...}{...}$

ومنها $-\frac{٥}{٨}$ $\square$ $\frac{-٣}{٤}$

جـ) ٢,٥٤ $\square$ ٢,٤٥ ؛ لأن ....

أُناقِشُ طرُقاً أُخْرى لإجراءِ عمليّةِ المقارنة بين عددَيْنِ نسبيّيَن.

نشاط٣:

تدخل أخشاب شجر الزيتون والحمضيات في تصنيع التحف والهدايا، أعلنَ محلّانِ تجاريّانِ عن عرضيْنِ تشجيعيَّيْنِ لزبائنِهما في صنفٍ معيّن، يَمنحُ المحلُّ الأوّلُ بموجِبه خَصماً للزّبون بِنسبةِ $\frac{٢}{٣٥}$ ، فيما يمنح المحلّ الثّاني خَصماً بنسبةِ $\frac{٣}{٥٠}$. أيُّ العَرضيْنِ تَنْصَحُ به الزّبائن؟

حَسَبَ العرض الأوّل:

نسبة الخصم $= \frac{٢}{٣٥}$

$= \frac{٢\times ...}{٣٥\times ١٠}$

$= \frac{...}{٣٥٠}$

حَسَبَ العرض الثاني:

نسبة الخصم $= \frac{٣}{٥٠}$

$= \frac{٣\times ...}{٥٠\times ٧}$

$= \frac{...}{٣٥٠}$

لذلك أَنْصَحُ الزّبائنَ بِالعرضِ ....

نشاط٤:

أُرَتِّبُ الأعدادَ الآتيةَ تصاعديّاً: ١,٧٥ ، $-\sqrt[٣]{\frac{٢٧}{٨}}$ ، $\sqrt{١\frac{٥}{٤}}$

$\sqrt{١\frac{٥}{٤}} = \sqrt{\frac{٩}{٤}}$

$= ....$

$= ١,٥$

ومنها يصبح التّرتيبُ التصاعديُّ لهذه الأعداد : $-\sqrt[٣]{\frac{٢٧}{٨}}$ ، .... ، .....

تَمارينٌ وَمَسائِل:

١) أَضَعُ الإشارةَ المناسبةَ (< أو > أو =) في ☐ فيما يأتي، وَأُوَضِّحُ السَّبَبَ:

أ) $\frac{\sqrt{٩}}{\sqrt[٣]{٦٤}}$ ☐ $\frac{٣}{٢}$

ب) $\frac{٣}{٨}$ ☐ $\frac{٤}{١١}$

جـ) $\sqrt[٣]{\frac{١}{٦٤}}$ ☐ ٠,٢٤

د) $٠,\overline{٤}$ ☐ $\frac{٤}{٩}$

هـ) $\sqrt{١\frac{٩}{١٦}}$ ☐ ١,٧٧

٢) أُرَتِّبُ الأعدادَ الآتيةَ ترتيباً تنازليّاً:

١ ، - $٢\frac{١}{٤}$، صفر، $\frac{٣}{٢}$ ، - ١,٧٥

٣) أَكْتُبُ عدداً نسبياً، محصوراً بين $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٣}{٤}$

٤) يريدُ شريفٌ تغطيةَ الوجهِ العُلويِّ لخزانٍ مكعّبِ الشّكل، حجمُهُ $\frac{٢٧}{٨}$ م^{٣} ، باستخدامِ صفيحةٍ رقيقةٍ مربّعةِ الشَّكْل، مِساحةُ سطحِها $\frac{٣٦}{٢٥}$ م^{٢}، فَهَلْ سيتمكّنُ شريفٌ من ذلِك؟ أُوَضِّحُ إجابَتي.

١-٤ جمعُ الأعداد النسبيّة وطرحُها

نشاط ١:

يبلغُ ارتفاعُ جبلِ الجُرْمُقِ في الجليلِ الأعلى ١,٢٠٨ كيلو متر، بينما يبلغُ ارتفاعُ جبل كنعانَ قربَ صَفَدَ ٠,٩٣٦ كيلو متر، فكم يزيدُ ارتفاعُ جبلِ الجُرْمُقِ عن ارتفاعِ جبلِ كنعان.

الزيادة في ارتفاع جبل الجُرْمُق عن جبل كنعان = ١,٢٠٨ - ٠,٩٣٦= .... كيلو متر، فهل يمكن إيجاد هذا الفرق بطريقة أخرى؟

نشاط ٢:

تريدُ لمى قراءة قصةٍ خلالَ ثلاثةِ أيام، فقررّتْ قراءةَ ثُلُثِ القِصةِ في اليومِ الأوّل، وقراءةَ خُمُسَي القِصةِ في اليوم الثّاني، فما مقدارُ ما ستقرؤهُ لمى خلالَ أوّلِ يوميْن؟

مقدار ما ستقرؤهُ لمى خلالَ أوّلِ يوميْن = $\frac{١}{٣} + \frac{٢}{٥}$

$= \frac{١ \times ...}{٣ \times ...} + \frac{٢ \times ...}{٥ \times ...}$

$= \frac{٥}{١٥} + \frac{٦}{١٥} = \frac{١١}{١٥}$ وهو عدد...

أَوْ مقدارُ ما ستقرؤهُ لمى = $\frac{٢}{٥} + \frac{١}{٣}$

$= \frac{٦}{١٥} + \frac{٥}{١٥}$ لماذا؟

= ... وهو عدد .... (ماذا تلاحظ) ؟

أتَعَلَّم: - عمليّةُ الجمع مغلقة* على **ن** (مجموع عددين نسبيين عدد نسبي).
- عملية الجمع تبديلية على **ن** (أ + ب = ب + أ).

* لكل أ ، ب ∋ **ن** فإن أ + ب ∋ **ن**

أُلاحِظُ أنَّ $\frac{١}{٣} + \frac{٢}{٥} = \frac{١\times٥ + ٣\times٢}{٣\times٥}$ ، وبشكلٍ عامٍّ يمكنُ جمعُ عددينِ نسبيّينِ، وَفْقاً للقاعدةِ الآتيةِ:

لكل $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{د}$ $\in$ **ن**، فإن $\frac{أ}{ب} + \frac{جـ}{د} = \frac{أ\ د + ب\ جـ}{ب\ د}$

نشاط٣:

أُكْمِلُ ما يأتي، وأَجِدُ ناتجَ الجمع:

١) $\frac{٢}{٧} + \frac{-٣}{٥} = \frac{٢\times... + ٧\times...}{٧\times...}$

$= \frac{... + ...}{...}$

$= \frac{...}{...}$

٢) $\frac{٧}{-٣} + -٠,٤ = \frac{-٧}{٣} + \frac{-٤}{١٠}$

$= \frac{-٧٠+...}{٣\times...}$ لماذا؟

$= ....$

نشاط٤:

أُكْمِلُ، وأُلاحِظُ :

$(\frac{١}{٢} + \frac{٢}{٥}) + ٠,٣ = (٠,٥ + ٠,٤) + ٠,٣ = ... + ٠,٣ = ١,٢$

$\frac{١}{٢} + (\frac{٢}{٥} + ٠,٣) = ٠,٥ + (٠,٤ + ٠,٣) = ... + ... = ...$ ماذا تلاحظ؟

أتَعَلَّم: عمليّةُ الجمع تجميعيّةٌ على **ن**.

أُفَكِّر: هل يوجَدُ عنصرٌ محايدٌ في عمليّة الجمعِ على **ن** ؟

نشاط ٥:

أُكْمِلُ الجدولَ الآتي:

العدد	نظيرُهُ الجمعيّ	العددُ + النظير الجمعيّ للعدد	النّظير الجمعيُّ للعدد + العدد
٤	−٤	٤ + −٤ = ٠	−٤ + ٤ = ٠
٠,٢٥	−٠,٢٥	٠,٢٥ + −٠,٢٥ = ٠	.... + ... = ...
$\frac{-٢}{٥}$	$\frac{٢}{٥}$	$\frac{-٢}{٥} + \frac{٢}{٥} = ٠$	.... + ... = ...
$٠,\overline{٢}$	$-٠,\overline{٢}$	.... + ... = ...	.... + ... = ...

أتَعَلَّم: لكل عدد نسبي $\frac{أ}{ب}$ يوجد نظير جمعي هو العدد $-\frac{أ}{ب}$ بحيث أنَّ

$$\frac{أ}{ب} + -\frac{أ}{ب} = -\frac{أ}{ب} + \frac{أ}{ب} = ٠$$

نشاط ٦:

أُلاحِظُ عمليّةَ الطَّرحِ الآتيةَ، ثُمَّ أُكْمِل:

أ) $\frac{٢}{٧} - \frac{٥}{٧} = \frac{٢-٥}{٧}$

$= \frac{-٣}{٧}$ ، وهو عددٌ نسبيّ.

ب) $١,٥ - \frac{١}{٤} = \frac{٣}{٢} - \frac{١}{٤}$

$= \frac{...}{٤} - \frac{١}{٤}$

$= \frac{...}{٤}$، وهو عددٌ ....

أُفكِّر: هلْ يُمْكِنُ إيجادُ النّاتجِ بطريقةٍ أُخرى؟

أتَعَلَّم: عمليّةُ الطّرحِ مغلقةٌ على **ن**.

يمكنُ طرحُ أيِّ عددَيْنِ نسبيّيْنِ، وَفْقاً للقاعدةِ الآتية:

لكل $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ ، $\frac{\text{جـ}}{\text{د}}$ $\in$ **ن**، فإن $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} - \frac{\text{جـ}}{\text{د}} = \frac{\text{أ د} - \text{ب جـ}}{\text{ب د}}$

نشاط٧:

في سباقٍ لذوي الاحتياجاتِ الخاصّةِ، قطعَ خالِدٌ في ساعةٍ واحدة $\text{١}\frac{\text{١}}{\text{٢}}$ كم، بينَما قطعَ سعيدٌ $\frac{\text{٤}}{\text{٥}}$ كم في ساعة واحدة، ما المسافة الّتي قطعَها خالدٌ زيادةً عَنِ المسافةِ الّتي قطعَها سعيد؟

المسافةُ الّتي قطعَها خالدٌ زيادةً عن سعيد $= \text{١}\frac{\text{١}}{\text{٢}} - \frac{\text{٤}}{\text{٥}}$

$= \frac{\text{٣}}{\text{٢}} - \frac{\text{٤}}{\text{٥}}$

$= \frac{\text{...} - \text{...}}{\text{١٠}}$

= ..... كم

تَمارينُ وَمَسائِل:

١) أَجِدُ النّاتجَ لِكُلٍّ مِنَ الآتِيَة:

أ) $١,٣ + ٢\frac{٧}{١٠}$ ب) $\frac{٢}{٣} - \sqrt{٠,٠١}$

جـ) $-٧ + -١١$ د) $\frac{-٢}{٣} - \frac{٣}{٥}$

٢) حدّدَ الاتّحادُ الدَّوْلِيُّ لِكُرةِ القدمِ (الفيفا) قياساتِ ملعبِ كرةِ القدمِ، بحيثُ يتراوحُ طولُهُ ما بين ١٠٠,٥ و ١١٨,٨ متراً، فيما يتراوحُ عرضُهُ ما بين ٤٥,٧ و ٩١,٤ متراً، بينما يبلغُ ارتفاعُ المَرمى بقائمَيْنِ لِكُلٍّ منهُما ٢,٤٤ متراً، فيما يبلغُ عَرْضُ العارضةِ الأُفُقيّةِ ٧,٣٢ متراً.

أَجِدُ كُلّاً مِنَ الآتي:

أ) كم متراً يزيدُ عرضُ العارضةِ عن ارتفاعِ القائمِ؟

ب) ما أكبرُ طولٍ ممكنٍ لمحيطِ ملعبٍ يُبْنى ضِمْنَ مواصفاتِ (الفيفا)؟

٣) أُوَضِّحُ بمثالٍ عدديٍّ أنّ عمليّةَ الطَّرْحِ ليست تبديليّةً على **ن**.

٤) أُوَضِّحُ بمثالٍ عدديٍّ أنَّ عمليّةَ الطَّرْحِ ليست تجميعيّةً على **ن**.

٥) ما محيطُ مثلَّثٍ أطوالُ أضلاعُهُ على التَّرتيبِ: ٢,٥ سم ، ٤,٢٥ سم ، $\sqrt{\frac{٨١}{١٦}}$ سم؟

٦) أَجِدُ ناتجَ كُلٍّ مِنَ الآتية: أ) $\frac{٢}{٥} + \frac{١}{٢} - ٣$ ب) $٢,٢٥ + \frac{١}{٢} + ٣$

٧) تبرَّعَ طلبَةُ الصَّفِّ الأَوَّلِ لمشروعٍ خَيريٍّ بمبلغ $\frac{١}{٢}$ ١٩ ديناراً، وتبرّعَ طلبةُ الصَّفِّ الثّاني بمبلغ $\frac{١}{٤}$ ١٦ ديناراً ، فيما تبرّعَ طلبةُ الصَّفِّ الثّالثِ بمبلغ ٢٢ ديناراً. أَجِدُ:

أ) مجموعَ ما تبرَّعَ به طلبةُ الصّفوفِ الثَّلاثِ.

ب) الفرقَ بينَ ما تبرّعَ به طلبةُ الصَّفِّ الأَوَّلِ والثّاني.

١-٥ ضربُ الأعدادِ النّسبيّةِ وَقِسْمَتُها

نشاط ١:

يعيشُ طائرُ الحَجَلِ (الشُّنّارِ) في فِلَسْطين، ويألفُ المناطقَ المغطّاةَ بالأعشابِ والشُّجيراتِ ويتواجدُ في المناطقِ الجبليّةِ الوَعِرَةِ نسبيّاً، وتَضَعُ الأُنثى البيضَ، وتقومُ بِحِراستِهِ في موسمِ التّكاثُر. أتأمَّلُ الشَّكْلَ المجاورَ، وعلى اعتبارِ أنَّ كتلةَ أيِّ بيضةِ حَجَلٍ تُساوي ٠,٠٣ كغم، ما كتلةُ جميعِ البيضاتِ في العُشّ؟

كتلة البيضات = عدد البيضات × كتلة البيضة

= ... × ...

= ٠,٢٧ كغم، وهو عددٌ نسبيّ.

وبطريقة أخرى كتلة البيضات = عدد البيضات × كتلة البيضة

$= ٩ \times \frac{٣}{١٠٠} = \frac{٩\times٣}{١٠٠} =$ ٠,٢٧ كغم ، وهو عددٌ ....

أتَعَلَّم: عمليّةُ الضّرْبِ مغلقةٌ* على **ن.**

ولضربِ أيِّ عدديْنِ نسبيّيْنِ، يمكنُ استخدامَ القاعدةِ الآتية:

لكل $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{د}$ ∈ **ن**، فإن $\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{د} = \frac{أ\timesجـ}{ب\timesد}$

أُفَسِّرُ: معتمداً على القاعدة عمليّةَ الضَّربِ تّبديليَّةَ على ن.

* لكل أ ، ب ∈ **ن** فإن أ×ب ∈ **ن**

نشاط٢:

حديقةٌ مستطيلةُ الشّكل، طولُها $٣\frac{١}{٢}$م، وعرضُها $٢\frac{١}{٤}$م، أَجِدُ مِساحتُها.

مِساحةُ الحديقة = الطول × العَرض

$$= ٣\frac{١}{٢} \times ٢\frac{١}{٤}$$

$$= \frac{٧}{٢} \times \frac{...}{...}$$

$$= \frac{٧ \times ...}{٢ \times ...}$$

$$= \frac{...}{...} \text{ م}^{٢}$$

نشاط٣:

أُكْمِلُ ناتجَ الضّربِ لِكُلٍّ مِنَ الآتِيَة:

أ) $\frac{-٢}{٣} \times \frac{-٧}{٨} = \frac{-٢ \times ...}{٣ \times ...}$

$$= \frac{...}{...}$$

ب) $٠,٤ \times \sqrt{\frac{٩}{٤}} = \frac{٤}{١٠} \times \frac{٣}{٢}$ لماذا؟

$$= \frac{...}{...}$$

جـ) أَجِدُ ناتجَ الضَّربِ في الفَرْعِ (ب)، بتحويلِ المسألةِ لضربِ عددَيْنِ عشريَّيْن.

نشاط٤:

أُكْمِلُ لأجد: $(\frac{٣}{٥} \times \frac{٤}{١٠}) \times \frac{٣}{٢} = \frac{١٢}{٥٠} \times \frac{٣}{٢} = \frac{...}{...}$

$\frac{٣}{٥} \times (\frac{٤}{١٠} \times \frac{٣}{٢}) = \frac{٣}{٥} \times \frac{١٢}{٢٠} = \frac{...}{...}$ (ماذا تلاحظ؟)

أتَعَلَّم: عمليّةُ الضرب تّجميعية على **ن.**

نشاط٥:

أُكْمِلُ عمليّاتِ الضّربِ الآتية:

-٦ × ١ = -٦ ، ١ ×-٦ = -٦

٢,٩ × ١ = ٢,٩ ، ١ × ٢,٩ = ...

$\frac{٤}{٧}$١ × ١ = $\frac{٤}{٧}$١ ، ١ × $\frac{٤}{٧}$١ = ... (ماذا تلاحظ؟)

أتَعَلَّم: العددُ (١) هُوَ العنصرُ المحايدُ في عمليَّةِ ضربِ الأعدادِ النِّسبيّة **ن.**

تعريف: لأيِّ عددٍ نسبيٍّ $\frac{أ}{ب}$ ، أ ≠ ٠ يوجَدُ نظيرٌ ضَرْبِيٌّ هو العددُ $\frac{ب}{أ}$

نشاط٦:

أُكْمِلُ الجدولَ الآتي:

العدد	العددُ بالصّورة $\frac{أ}{ب}$	النّظير الضّربي للعدد
٤	$\frac{٤}{١}$	$\frac{١}{٤}$
$\frac{-٣}{٥}$	$\frac{-٣}{٥}$	$\frac{-٥}{٣}$
١,٥	$\frac{٣}{٢}$	
	$\frac{٧}{٢}$	
$\sqrt{٧\frac{١}{٩}}$		

أُفَكِّر: ما حاصلُ ضربِ العددِ النِّسبيِّ بنظيرِهِ الضّربي؟

نشاط٧:

يحتاج الطّفل يوميّاً ما معدّله $١\frac{٢}{٥}$ لتراً من الماء، فكم لتراً من الماء يحتاج الطّفل في ٣٠ يوماً؟

أُكْمِلُ، وأُناقِشُ حلَّ كُلٍّ من ميسَ ورامي:

حلّ ميس:

حاجة الطّفل = $٣٠ \times ١\frac{٢}{٥}$

$= ٣٠ (\frac{٢}{٥} + ١)$

$= ٣٠ \times \frac{٢}{٥} + ٣٠ \times ١$

= ... + ... = ... لتراً

حلّ رامي:

حاجة الطّفل = $٣٠ \times ١\frac{٢}{٥}$

$= ٣٠ \times \frac{٧}{٥}$

$= \frac{٢١٠}{٥}$

= ... لتراً

أتَعَلَّم: يمكن توزيع الضرب على الجمع في مجموعة الأعدادِ النِّسبيّة **ن**.

نشاط٨:

تريد علا شراء حلوى بمبلغ $٥\frac{١}{٢}$ ديناراً، فإذا كان سعر القطعة الواحدة $\frac{١}{٤}$ دينار، ما عدد القطع الّتي تستطيع علا شراءها بهذا المبلغ؟

عدد القطع = $٥\frac{١}{٢} \div \frac{١}{٤}$

$= \frac{١١}{٢} \times ٤$ (لماذا؟)

$= \frac{...}{...}$

= ... قطعة حلوى.

أتَعَلَّم: يمكن قسمة أي عددينِ نسبيين اعتماداً على القاعدة الآتية:

لكل $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{د}$ $\in$ **ن**، جـ $\neq$ ٠ فإن $\frac{أ}{ب} \div \frac{جـ}{د} = \frac{أ}{ب} \times \frac{د}{جـ}$

نشاط٩:

أُكْمِلُ حلَّ كُلٍّ مِنَ الآتية:

أ) $\frac{-١}{٣} \div \frac{٤}{٥} = \frac{-١}{٣} \times \frac{٥}{٤}$

$= \frac{\dots}{\dots}$

ب) $٢\frac{١}{٨} \div -\frac{١}{٤} = \frac{١٧}{٨} \div -\frac{١}{٤}$ (لماذا؟)

$= \frac{١٧}{٨} \times -٤$ (لماذا؟)

$= \dots$

جـ) $١,٥ \div \frac{١}{٣} = ١,٥ \times ٣$

$= \dots$

د) أَقْتَرِحُ طريقةً أُخرى لإكمالِ الحلّ في الفَرْعِ جـ.

تَمارينُ وَمَسائِل:

١) أَجِدُ ناتجَ ما يأتي:

أ) $٢,٥ \times \frac{-٤}{٥}$

ب) $\frac{-١}{٣} \times \sqrt{\frac{٩}{٤}} \times ٢,٥$

جـ) $\frac{-٢}{٣} \div \frac{١}{٩}$

د) $\frac{-١}{٣}\,(٠,٦ + ٩٠)$

٢) أَجِدُ كلّاً ممّا يأتي:

أ) النّظير الضّربي للعدد $\frac{٢}{٧}$

ب) (النّظير الضّربي للعدد $\frac{٥}{٢}$) + ١

جـ) (النّظير الضّربي للعدد $\frac{٧}{٨}$) × $\frac{-١}{٤}$

٣) إذا كان ثمن اللّتر من زيت الزّيتون $٥\frac{١}{٤}$ ديناراً، فما ثمن تنكة زيت سَعَتُها ١٥,٥ لتراً؟

٤) عمارة سكنية، ارتفاعها ١٤ متراً، مكوّنة من عدّة طوابق، ارتفاع كُلِّ منها ٢,٨ متر، ما عدد طوابق العمارة؟

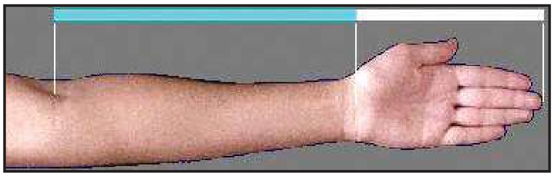
٥) أُبيِّنُ بمثالٍ عدديٍّ:

أ) عمليّة القسمة ليست تبديليَّة على **ن**.

ب) عمليّة القسمة ليست تجميعيَّة على **ن**.

١-٦ العدد غير النسبيّ

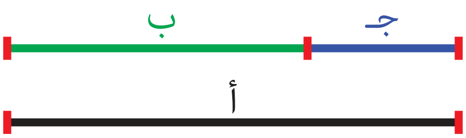
نشاط ١:



جسم الإنسان مبنيّ بتقسيماته الأساسيّة، وأبعاده الخارجيّة في توازن مدهش. وجدتْ رؤى نسبة البُعْدِ بين مِرْفَقِ يدها وطَرَفِ الإصبع الأوسط، والبالغ ٣٩,٥ سم إلى البُعْد بين رِسْغِ يدها ومرفقها، والبالغ ٢٤,٥سم، فماذا تساوي هذه النِّسبة تقريباً؟

النِّسبة المشار إليها تقريباً = $\frac{\dots}{\dots}$ = ... وهل هذه النِّسبة مجرد صدفة.

النِّسبة الذَّهبيَّة (← ١,٦١٨٠٣٣٩٨٨٧٤٩٨٩٥): هي عدد عشريّ غير منتهٍ وغير دوريّ فهي ليست عدداً نسبيّاً؛ وتَنْتُجُ من رسم قطعة مستقيمة، كما في الشّكل الآتي وتجزئتها، بحيث تكون نسبة أ إلى ب تساوي نسبة ب إلى جـ، وتساوي هذه النِّسبة.



تعريف: يُسمّى العدد الذي لا يمكن كتابته على الصورة $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ ، أ، ب ∈ ص، ب ≠ ٠ عدداً غير نسبيّ. ويُرْمَزُ لمجموعة الأعداد غير النسبيّة بالرمز $\overline{\text{ن}}$.

نشاط ٢:

أُكْمِلُ كلّاً من الآتية:

أ) العدد ٢,١٢٢٣١٢٢٢٣١ ← عدد غير نسبيّ محصور بين ٢ ، ٢,٢ * (لماذا؟)

ب) العدد .... غير نسبيّ محصور بين ٥,٦ ، ٥,٧

جـ) العدد .... غير نسبيّ محصور بين ٣,٨ ، ٣,٩

* يميز العدد العشري غير النسبي بوضع ← على يمين الفاصلة العشرية.

ملاحظات

- إذا كان جـ عدداً نسبيّاً موجباً، جـ ليس مربّعاً كاملاً، فإنّ $\sqrt{\text{جـ}}$ عدد غير نسبيّ ،
وبالمثل، إذا كان جـ عدداً نسبيّاً وكان جـ ليس مكعّباً كاملاً فإن $\sqrt[3]{\text{جـ}}$ عدد غير نسبيّ*.
- العدد ٣ + $\sqrt{٢}$ عدد غير نسبيّ لأن الجزء العشريّ في ناتج الجمع غير منته وغير دوريّ.
وبالمثل فإن أي عدد بالصورة (أ + ب) ، أ $\in$ **ن** و ب $\in$ $\overline{\text{ن}}$ هو غير نسبيّ.
- النِّسبة التقريبيّة π (هي نسبة محيط الدائرة إلى قطرها) وهي عدد غير نسبيّ.
- ك π عدد غير نسبي لكل ك $\in$ **ن**، ك $\neq$ صفر.
- النِّسبة الذهبية عدد غير نسبيّ.

نشاط٣:

أُكْمِل: أيُّ الآتية عدد غير نسبيّ، وأُوَضِّحُ السبب.

$\sqrt{١٠}$ ، $\sqrt{٠,٢٥}$ ، $\sqrt[3]{٢٥}$ ، ٣π

الحلّ: $\sqrt{١٠}$ غير نسبيّ؛ لأنّ ١٠ ليست مربّعاً كاملاً في **ن**.

$\sqrt{٠,٢٥}$ نسبيّ؛ لأنّ ٠,٢٥ مربّع للعدد ... .

$\sqrt[3]{٢٥}$ غير نسبيّ؛ لأنّ ٢٥ ليست مكعّباً كاملاً.

٣π غير نسبيّ؛ لأنّه ... .

يمكن أحياناً كتابة الجذور التّربيعيّة بصورة أبسط، اعتماداً على التعريف الآتي:

تعريف: إذا كانت أ، ب أعداداً غير سالبة، فإن:

$$\sqrt{\text{أب}} = \sqrt{\text{أ}} \times \sqrt{\text{ب}}$$

* تسمى هذه الجذور بالجذور الصماء.

نشاط ٤:

أَكْتُبُ بأبسط صورة كلاًّ ممّا يأتي: $\sqrt{٤٤}$ ، $\sqrt{٤٥}$

$$\sqrt{٤٤} = \sqrt{٤ \times ١١} = \sqrt{٤} \times \sqrt{١١} = \dots$$

$$\sqrt{٤٥} = \sqrt{\dots \times \dots} = \sqrt{\dots} \times \sqrt{\dots} = \dots$$

يمكن تبسيط الجذور التكعيبيّة باستخدام التعريف الآتي:

تعريف: لأيّ عددين أ، ب، فإن $\sqrt[٣]{أب} = \sqrt[٣]{أ} \times \sqrt[٣]{ب}$

نشاط ٥:

أَكْتُبُ بأبسط صورة كُلّاً من الآتية: $\sqrt[٣]{٤٠}$ ، $\sqrt[٣]{٨١}$

$\sqrt[٣]{٤٠} = \sqrt[٣]{٨} \times \sqrt[٣]{٥}$ (لماذا؟)

$= \dots.$

$\sqrt[٣]{٨١} = \sqrt[٣]{٢٧} \times \sqrt[٣]{٣}$ (لماذا؟)

$= \dots.$

مثال ١:

أرادت سَنا رسم مثلث أطوال أضلاعه بالسنتمتر ٢، ٢، $\sqrt{٧}$ ، فهل تتمكّن من ذلك؟

تَعْلَمُ أَنَّه في **المثلّث يكون مجموع طولَي أيِّ ضلعيْنِ أكبرَ من طول الضِّلع الثّالِث**، ولذلك يكفي أن نبيّن أنَّ $٤ > \sqrt{٧}$.

بما أنَّ $١٦ > ٧$، فإنَّ $٤ > \sqrt{٧}$ (لماذا؟)

أي أَنَّه يمكن لِسَنا رسم مثلث بهذه الأطوال.

تَعْلَمُ أنّ بعضَ الجذور غيرُ نسبيّة، فهل يمكن إيجاد قيم تقريبيّة مناسبة لهذه الجذور؟

مثال٢:

أُعطي قيمة تقريبيّة للعدد $\sqrt{٤٤}$

العدد $\sqrt{٤٤}$ غير نسبيّ؛ لأنّ ٤٤ ليس مربّعاً كاملاً، ولتقريب قيمة $\sqrt{٤٤}$ ، نحدّد مربّعيْنِ كامليْن يقع بينهما العدد ٤٤، وهذان العددان هما ٣٦، ٤٩

$٣٦ < ٤٤ < ٤٩$ ، وهذا يعني أنّ:

$\sqrt{٣٦} < \sqrt{٤٤} < \sqrt{٤٩}$ ومنها $٦ < \sqrt{٤٤} < ٧$

ولذلك يمكن اختيار أي عدد يقع بين العددين ٦، ٧، مثل الأعداد: ٦,١، ٦,٢، ٦,٨ قيمةً تقريبيّةً للعدد $\sqrt{٤٤}$

نشاط٦:

اشترط منظّمو سباق دراجات هوائيّة ألّا يقلّ قُطْر عَجَل دراجّة المتسابق المشارك في الجولة الأولى عن ٣٤ سم، فهل تستطيع رؤى المشاركة بدراجتها الّتي يبلغ محيط إطار عَجَلها $\sqrt{١١٠٠}\,\pi$ سم.

محيط العَجَلة = ق π أي أن ق π = $\sqrt{١١٠٠}\,\pi$

ومنها ق = $\sqrt{١١٠٠}$ ، أَبْحَثُ عن أوّل مربّع كامل يزيد عن ١١٠٠

$١١٠٠ < (٣٤)^{٢}$ (لماذا؟)

أي أنّ $\sqrt{١١٠٠} < ٣٤$ (لماذا؟)

ولذلك فإنّ رؤى ....

أُفَكِّر بطريقة أُخرى للحلّ

مثال٣:

أُعطي قيمة تقريبيّة للعدد $\sqrt[٣]{٢٠}$

الحلّ: لتقريب قيمة $\sqrt[٣]{٢٠}$، نُحَدِّدُ مكعّبيْنِ كامليْنِ يقع بينهما العدد ٢٠، وهذان العددان هما ٨، ٢٧،

ونلاحظ أنّ $٨ < ٢٠ < ٢٧$، وهذا يعني أنّ $\sqrt[٣]{٨} < \sqrt[٣]{٢٠} < \sqrt[٣]{٢٧}$ ومنها:

$٢ < \sqrt[٣]{٢٠} < ٣$، ولذلك يمكن اختيار أي عدد يقع بين العددين ٢، ٣، مثل الأعداد: ٢,١ ، ٢,٦،

قيمةً تقريبيّةً للعدد $\sqrt[٣]{٢٠}$

تَمارينُ وَمَسائِل:

١) أيُّ الآتية عددٌ غيرُ نسبيّ؟ أُوَضِّحُ إجابتي.

$\sqrt{٢٧}$ ، $\sqrt{٠,٤}$ ، $\sqrt[٣]{\frac{١}{٦٤}}$ ، ٠,٢٥٢٢٥٢٢٢٥ ⟵

٢) أَكْتُبُ بأبسط صورة كُلّاً من: $\sqrt{٦٣}$ ، $\sqrt[٣]{٥٦}$

٣) أُعطي قيمة تقريبيّة لكلّ من العددَيْنِ الآتيَيْنِ:

أ) $\sqrt{٧٠}$

ب) $\sqrt[٣]{٨٠}$

٤) أَكْتُبُ ثلاثة أعداد غير نسبيّة، يقع كلٌّ منها بين العددين ٥ ، ٦.

٥) أَجِدُ العدد التّالي في النمط، موضحاً السبب:

أ) $\sqrt{٢}$ ، $\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{٥}$ ، $\sqrt{٨}$ ، ...

ب) ١ ، $\sqrt[٣]{٣}$ ، $\sqrt[٣]{٥}$ ، $\sqrt[٣]{٧}$ ، ...

جـ) $\sqrt{٢}$ ، $\sqrt{٨}$ ، $\sqrt{١٨}$ ، $\sqrt{٣٢}$ ، ...

٦) أراد مهندسٌ تصميمَ خزّانٍ مكعّبِ الشّكل، بحيث يتّسعُ لـ ٢٠٠ م^{٣}، أَجِدُ قيمةً تقريبيّةً مناسبةً لطول حرف هذا الخزّان؟

١-٧ العمليّات على الأعداد غير النسبيّة

نشاط ١:

تُستخرَجُ الأملاحُ من البحر الميّت، من خلال عمليّات التّرسيب في بِرَكٍ على شاطئِ البحر، فإذا تمَّ ترسيب الأملاح في بِرْكَتَيْنِ قاعدتيهِما مربَّعَتَي الشّكل، أطوالُ أضلاعهما على الترتيب: $\sqrt{٢٠٠}$ م، $\sqrt{٤٥٠}$ م، فما مجموعُ طولَي ضِلْعَي هاتيْنِ البِرْكَتَيْنِ؟

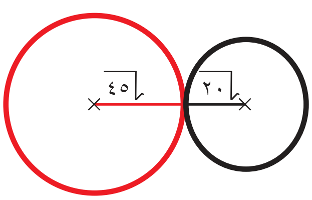
مجموع طولَي ضِلْعَي البِرْكَتَيْن = $\sqrt{٢٠٠}$ + ...

وكذلك مجموع طولَي الضّلعين = $\sqrt{٤٥٠}$ + ...

أُناقِشُ: هلْ يمكنُ كتابةُ المجموعِ بصورةٍ أبسط؟

نشاط ٢:

صنع حسن لوحتي إشارات مرورية دائرية، وأراد تثبيتها من الخلف بقطعة حديد تصل بين مركزيهما، كما يبيّن الشّكل المجاور، نِصْفُ قُطْرِ الأولى $\sqrt{٢٠}$ وحدة، ونِصْفُ قُطْرِ الثّانية $\sqrt{٤٥}$ وحدة، أَجِدُ طولَ الخَطِّ الواصل بين مركزيْهِما؟



طول الخطّ = $\sqrt{٢٠}$ + $\sqrt{٤٥}$

= $\sqrt{٤\times٥}$ + $\sqrt{٩\times٥}$

= ... + ... = ٥ $\sqrt{٥}$ وحدة.

أيضاً طولُ الخطّ = $\sqrt{٤٥}$ + $\sqrt{٢٠}$

= ... + ...

= ... وحدة. ماذا تلاحظ؟

أتَعَلَّم: عمليّة الجمع تبديليّة على نَ.

نشاط٣:

أكمل إيجاد الآتي باستخدام الآلة الحاسبة:

$\sqrt{٢} = \longrightarrow ١,٤١٤٢١٣٥$

$\sqrt{٨} = \dots$

$\sqrt{١٠} = \dots$

هل $\sqrt{٢} + \sqrt{٨} = \sqrt{١٠}$ ؟

نشاط٤:

أَجِدُ بأبسط صورة قيمة المقدار $(٣ + \sqrt{٥}) - (٥ + \sqrt{٢٠})$

$(٣ + \sqrt{٥}) - (٥ + \sqrt{٢٠}) = ٣ + \sqrt{٥} - ٥ - \sqrt{٢٠}$

$= (٣ - ٥) + (\sqrt{٥} - \sqrt{٢٠})$ (لماذا؟)

$= \dots + \sqrt{٥} - \sqrt{٤ \times ٥}$

$= -٢ + \sqrt{٥} - ٢\sqrt{٥}$ (لماذا؟)

$= -٢ - \dots$

نشاط٥:

ما مِساحةُ صالةٍ رياضيّةٍ مستطيلةِ الشّكل، طولُها $(٢٠ + \sqrt{٣})$ م، وعرضُها $(٢٠ - \sqrt{٣})$ م؟

مِساحةُ الصّالة = الطول × العرض

$= (٢٠ + \sqrt{٣})(٢٠ - \sqrt{٣})$

$= ٢٠ \times ٢٠ + ٢٠ \times -\sqrt{٣} + \sqrt{٣} \times ٢٠ + \sqrt{٣} \times -\sqrt{٣}$

$= ٤٠٠ - ٢٠\sqrt{٣} + ٢٠\sqrt{٣} - \dots$

$= \dots - \dots$

$= ٣٩٧$ م^{٢} (لماذا؟)

أتَعَلَّم: عمليّة الضرب ليست مغلقة على مجموعة الأعداد غير النسبية.

نشاط٦:

أُبيِّنُ أن $(\sqrt{٢} \times \sqrt{٥}) \times \sqrt{١٠} = \sqrt{٢} \times (\sqrt{٥} \times \sqrt{١٠})$.

$(\sqrt{٢} \times \sqrt{٥}) \times \sqrt{١٠} = \sqrt{١٠} \times \sqrt{١٠}$

$= ١٠$ (لماذا؟)

$\sqrt{٢} \times (\sqrt{٥} \times \sqrt{١٠}) = \sqrt{٢} \times \sqrt{٥٠}$

$= \sqrt{\dots} = \dots$

أتَعَلَّم: عمليّة الضرب تجميعية على مجموعة الأعداد غير النسبية، وأن لكل أ، ب، جـ أعداد غير سالبة فإن $\sqrt{أ} \times \sqrt{ب} \times \sqrt{جـ} = \sqrt{أ\,ب\,جـ}$

تَمارينُ وَمَسائِل:

١) أَجِدُ قيمة الآتي بأبسط صورة:

أ) $\sqrt{٣} \times \sqrt{٢} \times \sqrt{٦}$

ب) $\sqrt{٢٧} + ٥\sqrt{٨} + \sqrt{١٢} + \sqrt{٢}$

٢) ما محيط مستطيل، أبعاده بالمتر:

$(\sqrt{٢٠} - \sqrt{٢})$ ، $(\sqrt{٨} + \sqrt{٥})$

٣) أُبيِّنُ بمثالٍ عدديٍّ كلّاً من الآتية:

أ) عمليّة الجمع ليست مغلقة على مجموعة الأعداد غير النسبيّة.

ب) عمليّة الطَّرْح ليست مغلقة على مجموعة الأعداد غير النسبيّة.

جـ) عمليّة الطَّرْح ليست تبديليَّة على مجموعة الأعداد غير النسبيّة.

٤) أُبيِّنُ بمثالٍ عدديٍّ أنّ $\sqrt{أ - ب} \neq \sqrt{أ} - \sqrt{ب}$

١-٨ تمارين عامّة

١) أضع دائرة حول رمز الإجابة الصّحيحة:

١ أيُّ الآتية يمثّل عدداً غير نسبيّ؟

أ) $\sqrt[٣]{٢} \times \sqrt[٣]{٤}$ ب) ٣,١٤   جـ) $١,\overline{٦}$ د) $\sqrt{٨}$

٢ أيُّ الآتية تُعَدُّ عبارة خاطئة؟

أ) يمكن أن يكونَ مجموعُ عدديْنِ غيرِ نسبيّيْنِ عدداً غيرَ نسبيّ.

ب) يمكن أن يكونَ مجموعُ عدديْنِ غيرِ نسبيّيْنِ عدداً نسبيّاً.

جـ) يمكن أن يكونَ الفرقُ بين عدديْنِ غيرِ نسبيّيْنِ عدداً غيرَ نسبيّ.

د) يمكن أن يكونَ مجموعُ عدديْنِ نسبيّيْنِ عدداً غيرَ نسبيّ.

٣ أيُّ الآتيةِ يمثّل ترتيباً تصاعديّاً؟

أ) ٠,٧٤ ، $\sqrt[٣]{\frac{٢٧}{٦٤}}$ ، $\sqrt{\frac{٤}{٩}}$ ب) $\sqrt{\frac{٤}{٩}}$ ، ٠,٧٤ ، $\sqrt[٣]{\frac{٢٧}{٦٤}}$

جـ) $\sqrt[٣]{\frac{٢٧}{٦٤}}$ ، $\sqrt{\frac{٤}{٩}}$ ، ٠,٧٤   د) $\sqrt{\frac{٤}{٩}}$ ، $\sqrt[٣]{\frac{٢٧}{٦٤}}$ ، ٠,٧٤

٤ ما قيمة $٢\sqrt{١٨} - \sqrt{٨}$ ؟

أ) $-\sqrt{١٠}$ ب) -٤ جـ) $٤\sqrt{٢}$ د) $\sqrt{١٠}$

٥ أيُّ من الآتية عبارة خاطئة؟

أ) $\frac{١}{٣} < \sqrt[٣]{\frac{١}{٨}}$ ب) $١\frac{٢}{٥} = ١,٤$ جـ) $\frac{٤}{٩} > \frac{٣}{٧}$ د) $٠,٤ > \frac{٣}{٧}$

٢) أُبيِّنُ أيَّ الآتية عدد نسبيّ، وأُوَضِّحُ السبب:

$٠,\overline{٢٦}$ ، $\sqrt{٢٠}$ ، $(\sqrt{٢٠} \times \sqrt{٢٠})$ ، $\sqrt{٦\frac{١}{٤}}$ ، $\sqrt[٣]{١١}$

٣) أَجِدُ كلّاً من الآتي: أ) النّظير الضّربي للعدد $\frac{٧}{٣}$ ب) النّظير الجمعيّ للعدد $\frac{٧}{٣}$

٤) أَجِدُ قيمة كُلٍّ من الآتية:

أ) $\sqrt[٣]{\frac{١}{٨}} - \frac{٥}{٣}$ ب) $\sqrt{٢} \times \sqrt{٢,٥} \times \sqrt{٥}$

جـ) $١\frac{٥}{٣} \div \frac{٢}{٥}$ د) $\frac{٢}{٩} + \frac{-٣}{٥}$

هـ) $\sqrt[٣]{\frac{-١٢٥}{٢٧}}$

٥) امتد خرطوم ماء في أرض زراعية لري محصولي الجزر والقرع بطريقة التنقيط، فكان طولُ الجزءِ الخاص بالجزر $\sqrt{٣٢}$ م، بينما كان طولُ الجزءِ الخاص بالقرع $١,٥\sqrt{٨}$ م. أَكْتُبُ طولَ الخرطوم بأبسط صورة.

٦) وزّعَتْ مديرةُ مدرسةٍ شهاداتِ تقديرٍ على الطّلبةِ المتفوّقين، ثمنُها ٥٧,٥ ديناراً، فما عددُ الطَّلَبَةِ الذين مُنِحوا الشّهادةَ، عِلْماً أنَّ تكلفةَ كلِّ شهادةٍ ٢,٥ ديناراً.

٧) إذا كان ٢س = ٠,٥، وكان س+ ص = ٢ ، فما قيمة ص؟

أقيم ذاتي:

أعبر بلغتي عن أهم المهارات التي تعلمتها في هذه الوحدة.

مشروع الوحدة:

يُعد الحق في الحصول على بيئة صحية، ومن المهمّ لكلّ شخص المحافظةُ على كتلةٍ مناسبةٍ لجسمه، ولتحديد كتلة مناسبة للجسم، يُستخدَم مؤشّرٌ مشهورٌ يُسمّى مؤشرَ كتلة الجسم، وتوظيفاً لهذا المؤشّر، تُقَدِّمُ كلُّ مجموعة بطاقةً تعريفيّةً بأفرادها، تتضمّن أطوالَهم بالسّنتمتر، وكُتَلُهُمْ بالكغم، ومؤشّرُ كتلةِ الجسم، ثمّ أَصِفُ نسبة الطَّلَبَة في المجموعة الذين تُعَدُّ كتلتهم مناسبةً على ضوء هذا المؤشّر.

روابط الكترونية:
http://faculty.mu.edu.sa/download.php?fid=49637
http://iblog.dearbornschools.org/choucair/wp-content/uploads/sites/2165/2016/09/pg.-20-21.pdf

الجبر

الوحدة
٢


سهل مرج ابن عامر

أتأمَّل المنطقة الملوّنة باللّون الأحمر، وأُفَكِّرُ بطرقٍ مختلفة لحساب مِساحتها.

يتوقع من الطلبة بعد الإنتهاء من دراسة هذه الوحدة والتفاعل مع أنشطتها أن يكونوا قادرين على توظيف العمليّات على المقادير الجبريّة والتحليل في الحياة العمليّة من خلال الآتي:

١- إجراء العمليّات الحسابيّة على المقادير الجبريّة.

٢- تحليل المقادير الجبريّة، بإخراج العامل المشترك.

٣- تحليل العبارة التَّربيعيّة بعدّة طرق.

٤- حلّ مشكلات حياتيّة، باستخدام الجبر.

٢-١ جمع المقادير الجبريّة وطرحها

نشاط ١:

يتذبذب إنتاج الزّيتون، تبعاً لعدة عوامل، فإذا عُبِّرَ بالدينار عن تكلفة إنتاج مزرعة زيتون بالمقدار (س + ٢٠)، وَعُبِّرَ بالدينار عن ثمن منتوجِها بالمقدار (٥س + ٥)، فكيف يمكن حساب ربح هذه المزرعة؟ وماذا أَتوقّع أن يكون الرّبح، إذا كانت س = ٢٠ شجرة؟

الربح = ثمن البيع - التّكلفة

= (٥س + ٥) - (س + ٢٠)

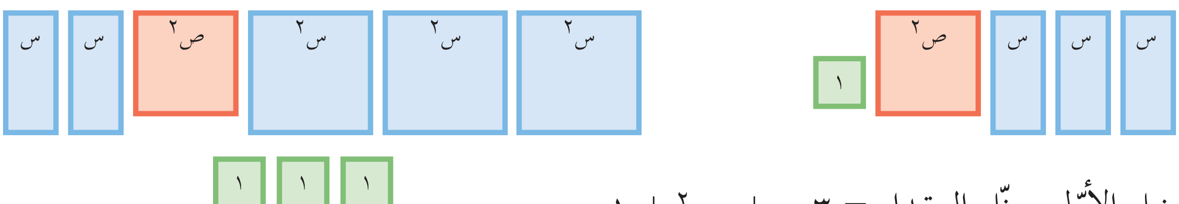
= ٤س - ١٥ (لماذا؟)

إذا كانت س = ٢٠ ، فإنّ الرّبح = ٤ × ... - ... = ... ديناراً

نشاط ٢:

أتأمّل التّمثيليْنِ الآتييْنِ بالقِطَع الجبريّة لمقداريْنِ جبريّيْنِ، وأَجِدُ مجموعَها:

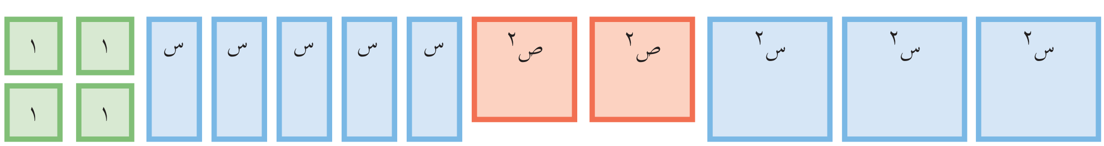
التّمثيل الأوّل　　　　التّمثيل الثّاني



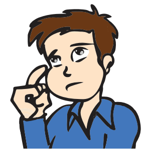
التّمثيل الأوّل يمثّل المقدار = ٣س + ص^٢ + ١

التّمثيل الثّاني يمثّل المقدار = ٣س^٢ +.........+ ٢س +........

لدى تجميع القِطَع الجبريّة الممثلة لمجموع المقدارين الجبريّين



أُلاحِظُ أنَّ مجموع المقدارين الجبريّين= ٣س^٢ + ... + ٥س +.....



أَتَذَكَّر: عند جمع مقدارين جبريّين أو طرحهما، تُجمَع معاملات الحدود المتشابهة في المقادير الجبريّة أو تُطرَح.

نشاط٣:

أُكْمِلُ إيجاد ناتج الجمع في كلٍّ من الآتية:

١) ٤س + ٧س + ٢ = ١١س + ٢

٢) أ^{٢} + ٣أب + ٢أ^{٢} + أب = ... + ٤أب

٣) م + ٣(٥ن – ٣م) = م + ١٥ن – .... = ...

٤) أ + ٢ب + ٣(أ + ١) –٢(ب – ٣) = أ + ٢ب + ٣أ + ٣ – ٢ب + ٦ (لماذا؟)

= ٤أ + ...

٥) (٥س^{٢} + ٣س + ٤) + (٥س^{٢} + ٥س – ٦) = ... + ... + ...

نشاط٤:

مُثّلَتْ مِساحة صفيحة معدنيّة بالمقدار (٣ص^{٢} + ٣ص + ٢)، فإذا قُطِعَ منها جزءٌ مِساحتُه (ص^{٢} + ٢ص)، أَكْتُبُ المقدار الجبريّ الذي يعبّر عن مِساحة القِطْعة المتبقّية من الصّفيحة.

المِساحة المتبقّية = مِساحة الصّفيحة – مِساحة الجزء الّذي قُطِعَ منها

= (٣ص^{٢} + ٣ص + ٢) – (ص^{٢} + ٢ص)

= ٢ص^{٢} + ... + ...

تَمارينُ وَمَسائِل:

١) أَجِدُ ناتج ما يأتي في أبسط صورة:

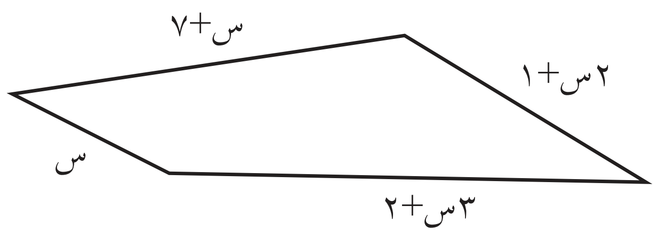
أ) (٣ب^{٢} − ٢أب + ٣) + (٥أ^{٢} + ٢أ + أب − ٦)

ب) (−ص^{٢} + ٥ص − ٦) + (٢ص^{٢} − ٣ص + ٥)

جـ) (٩س^{٢} − ٣س + ٥) − (٣س^{٢} + ٢س − ١) + (س^{٢} − ٢س − ٣)

٢) عددان صحيحان، يزيد الثّاني منهما عن الأوّل بمقدار (٢س + ١)، فإذا كان الأوّل (٥س − ٢)، أُعَبِّرُ عن العدد الثّاني بمقدار جبريّ، ثم أَجِدُ مجموع العددَيْن.

٣) حديقة على الشكل الآتي، يراد أحاطتها بسياج، فما طول السياج بأبسط صورة:



٤) ما المقدار الجبريّ الّذي يجب طرحه من المقدار الجبريّ (س^{٣} − ٣س^{٢} + ٣س + ٥) ليكونَ النّاتج (س^{٢} − ٢)؟

٢-٢ ضرب المقادير الجبريّة

نشاط ١:

تقوم جمعيّة نسويّة بتصميم معلّقات من مطرّزات مستطيلة الشّكل، بحيث يحيط بكلٍّ منها شريطٌ نحاسيٌّ عرضه ٥سم كما في الشّكل المجاور، فما مِساحة معلّقةٍ صمّمتها الجمعيّة؟

طول المعلّقة = طول المطرّزة + طول الشّريط من الأعلى والأسفل

= س + ١٠ سم

عرض المعلّقة = عرض المطرّزة + ١٠ (لماذا؟)

= ص + ١٠ سم

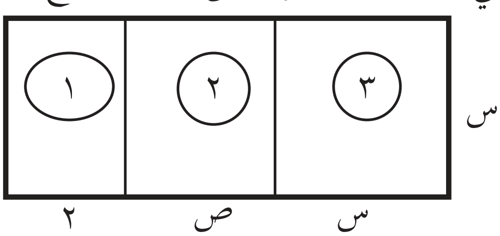
ومنها مِساحة المعلّقة = طولها × عرضها

= (س + ١٠)(ص + ١٠) سم^{٢}

فهل يمكن التّعبير عن هذه المِساحة بصورة أُخرى؟

نشاط ٢:

تريد شركة إعلانات تغطية لوحة إعلانات بلوح زجاجيّ شفّاف، مكون من ثلاث قِطَع، فما مِساحة هذا اللوح الزجاجي؟



أرسم مخطّطاً للّوحة، وأُرَقِّمُ القِطَع الثلاث بالأرقام ١، ٢، ٣، كما في الشّكل المجاور.

أتأمّل المخطّط، ثُمَّ أُكْمِل الجدول الآتي:

رقم القِطْعة	طولها	عرضها	مساحتها
١	س	٢	٢س
٢	س	ص	س ص
٣	س	س	س^{٢}

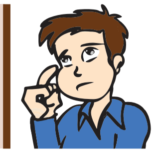
عرض اللوحة = ... ، طول اللوحة = ...

مِساحة اللوحة = س (س + ص + ٢) (لماذا؟)

أيضاً مِساحة اللوحة = مجموع مساحات القِطَع الثلاث

= س^{٢} + س ص + ٢س ومنها

س (س + ص + ٢) = س^{٢} + س ص + ٢س (لماذا؟)

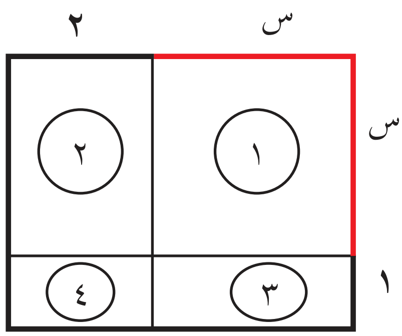


أتذكّر: عند ضرب حدٍّ جبريّ في مقدار جبريّ، تستخدم خاصيّة توزيع الضّرب على الجمع، وبالرموز أ(ب + جـ) = أب + أجـ، ومن الممكن استخدام هذه الخاصيّة لأيِّ عدد من الحدود.

نشاط٣:

أستخدم الأشكال الهندسيّة لإيجاد مِساحة المستطيل الّذي طوله (س + ٢)، وعرضه (س + ١).

أرسمُ مستطيلاً بالأبعاد المطلوبة كما في الشكل المجاور.



مِساحة المستطيل = الطول × العرض

= (س + ٢)(س + ١)

أُلاحِظُ أنَّ المستطيل مكوّن من أربعة مستطيلات،

أُرَقِّمُها بالأرقام ١، ٢، ٣، ٤، ثُمَّ أَحْسِبُ مِساحاتِها:

مِساحة المستطيل الأوّل = س × س = س^{٢}

مِساحة المستطيل الثّاني = ٢ × س = ...

مِساحة المستطيل الثّالث = ١ × س = ...

مِساحة المستطيل الرّابع = ٢ × ١ = ...

مجموع مِساحات المستطيلات الأربعة = س^{٢} + ٢س + ... + ...

= س^{٢} + ٣س + ٢

أُلاحِظُ أنَّ: (س + ٢) (س + ١) = س(س + ١) + ٢(س + ١) (لماذا؟)

= س^{٢} + س + ٢س + ٢

= س^{٢} + ٣س + ٢

أتَعَلَّم: عند ضرب مقدارَيْن جبريّيْنِ على الصّورة (أ + ب) (جـ + د)، تُستخدَم خاصيّة توزيع الضرب على الجمع؛ أي أنّ:

(أ + ب) (جـ + د) = أ (جـ + د) + ب (جـ + د).

نشاط٤:

أَجِدُ ناتج ما يأتي بأبسط صورة:

١) ٣(س^{٢} − ١) + س (٥س− ١) = ٣س^{٢} − ٣ + س × ٥س + س× -١ (لماذا؟)

= ....

٢) ٢أب (أ^{٢} + ٥ب^{٢}) = ٢أب × أ^{٢} + ٢أب × ٥ب^{٢} (لماذا؟)

= ٢أ^{٣}ب + ...

٣) (٥م ل + ٣) (٣ل + م) = ٥م ل (٣ل + م) + ٣ (٣ل + م)

= (١٥م ل^{٢} + ٥م^{٢} ل) + (........ + ...)

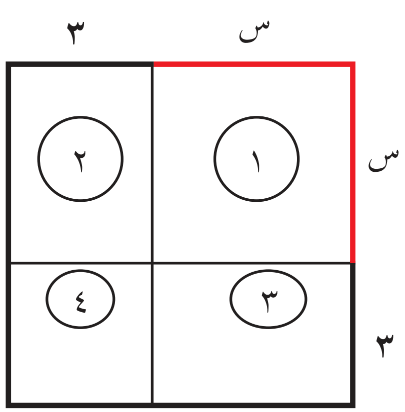
نشاط٥:

أستخدم الأشكال الهندسيّة لإيجاد مِساحة مربّع، طول ضلعه (س + ٣).

أرسم مربّعاً، وأُحدّد أبعاده كما في الشّكل المجاور،

مِساحة المربّع = (طول الضلع)^{٢}

= (س + ٣)^{٢}



أُلاحِظُ أنَّ المربّع يتكوّن من أربعة مستطيلات:

مِساحة المستطيل الأوّل = س^{٢}

مِساحة المستطيل الثّاني = ٣س

مِساحة المستطيل الثّالث = ...

مِساحة المستطيل الرّابع = ...

مِساحة المربّع = مجموع مِساحات المستطيلات الأربعة

أي أن (س + ٣)^{٢} = س^{٢} + ٣س + ٣س + ٩

= س^{٢} + ٦س + ٩، أُلاحِظُ أنَّ ٦س = ٢ × س × ٣

أتَعَلَّم: مفكوك مربّع مجموع حدّيْن = مربّع الحدّ الأوّل + ٢× الحدّ الأوّل × الحدّ الثّاني + مربّع الحدّ الثّاني، وبالرموز: (أ + ب)^{٢} = أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢}

يُكتَب مربّع الفرق بين الحدّيْن أ، ب بالصورة (أ – ب)^{٢} ، ويمكن بيان أنّ:

(أ – ب)^{٢} = أ^{٢} –٢أب + ب^{٢}، وبالكلمات:

مفكوك مربّع الفرق بين حدّيْن = مربّع الحدّ الأوّل – ٢× الحدّ الأوّل × الحدّ الثّاني + مربّع الحدّ الثّاني

أُفَكِّر: كيف يُمَثَّلُ (س – ٢)^{٢} هندسيّاً؟

نشاط٦:

أُكْمِلُ إيجاد مفكوك كلٍّ من الآتية:

١) (س + ١)^{٢} = مربّع الحدّ الأوّل + ٢ × الحدّ الأوّل × الحدّ الثّاني + مربّع الحدّ الثّاني

= س^{٢} + ٢ × س × ١ + ١

= س^{٢} + ٢س + ١

٢) (٢س + ٢)^{٢} = (٢س)^{٢} + ٢(٢س)(٢) + ٢^{٢}

= ٤س^{٢} + ... + ...

٣) (س – ٣)^{٢} = س^{٢} – ٢(س)(٣) + (٣)^{٢}

= س^{٢} – ... + ...

٤) (٢ – س)^{٢} = (٢)^{٢} – ٢(٢)(س) + (س)^{٢}

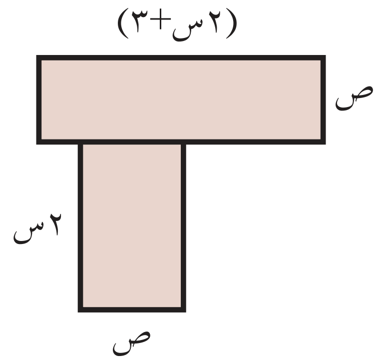
= ...... – ...... + ...

أُفَكِّر: هل (٥ – س)^{٢} = (س – ٥)^{٢} ؟ أُفَسِّرُ إجابتي.

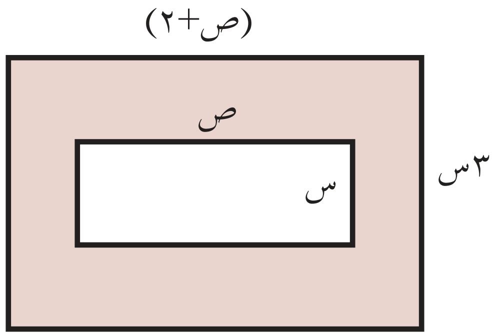
تَمارينُ وَمَسائِل:

١) أُكتب التعبير الجبري الذي يمثل مِساحة المنطقة المظلّلة بأبسط صورة في كلٍّ ممّا يأتي:

أ)



ب)



٢) أَجِدُ ما يأتي بأبسط صورة:

أ) (س + ٢) (س + ٣)

ب) س ص (٣س + ٤ص + ١)

جـ) (٣س + ص)^{٢}

د) (٢س − ٣ص)^{٢}

٣) أَكْتُبُ ناتج ضرب المقداريْنِ (٣ف + ٢)، (٣ف − ٢)، وأَجِدُ قيمة ناتج الضّرب عندما ف = ٤

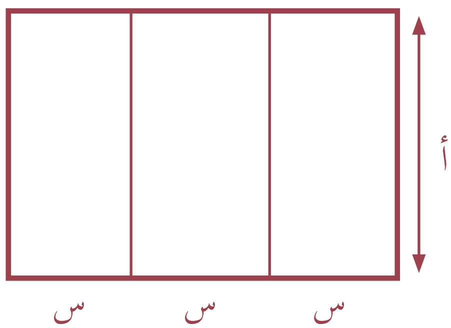
٤) إذا كانت (أ + ب) = ٨، أ^{٢} + ب^{٢} = ٤٠، فما قيمة كلٍّ من:

أ) (أ + ب)^{٢} ب) أب   جـ) (أ − ب)^{٢}

٢-٣ تحليل المقادير الجبريّة بإخراج العامل المشترك

نشاط ١:

يشتهر شمال فِلَسْطين بالزّراعة، ولتحقيق مردودات أعلى، يلجأ المزارعون لتقسيم الأراضي وزراعتها على مراحل. فإذا قُسِّمَتْ مزرعة مستطيلة الشّكل، مساحتها بالمتر المربع (٣س^{٢}+٩س) إلى ثلاثة أجزاء مستطيلة الشّكل، ومتساوية المِساحة، وكان عرض الجزء الواحد منها بالمتر يساوي (س)، فما عرض قطعة الأرض هذه بدلالة س؟



أرسمُ رسماً توضيحيّاً ، كما في الشّكل المجاور،

طولُ قطعة الأرض = ... متراً (لماذا؟)

عرض قطعة الأرض = أ متراً

مِساحة قطعة الأرض = ٣س × أ متراً (لماذا؟)

ومنها عرض قطعة الأرض (أ) = س + ٣ متراً (أُوَضِّحُ السبب)

تُسَمّى عمليّةُ كتابةِ المقدارِ الجبريِّ على صورةِ حاصلِ ضربِ عواملِهِ التحليلَ إلى العوامل، وهي عمليّة معاكسة لعمليّة ضرب الحدود الجبريّة.

نشاط ٢:

أُكْمِلُ تحليل المقادير الجبريّة الآتية إلى عواملها:

١) ٦أ + ١٨أ^{٢}

١٨أ^{٢} = ٣ × ٦ أ × أ ، أُلاحِظُ أنَّ ع.م.أ للحدّيْن (٦أ، ١٨أ^{٢}) = ٦أ

٦أ + ١٨أ^{٢} = ٦أ + ٣ × ٦ أ × أ

ومنها: ٦أ + ١٨أ^{٢} = ٦أ (١ + ٣أ)

٢) ١٦أس + ١٤س^{٢}ص = ٨ × ٢ × أ × س + ٢ × ٧ × س × س × ص

إذن: ١٦أس + ١٤س^{٢}ص = ٢س(...... + ...) (لماذا؟)

٣) أ (٣ب − ٤) − ٨ (٣ب − ٤)

أ (٣ب − ٤) − ٨ (٣ب − ٤) = (٣ب − ٤) (..... − .....) (لماذا؟)

أتَعَلَّم: يمكن تحليل بعض المقادير الجبريّة عن طريق تجميع الحدود، ثُمَّ إخراج العوامل المشتركة.

نشاط٣:

أُكْمِلُ تحليل المقدار الجبري الآتي إلى عوامله الأولية:

(أس – أص + ب س – ب ص) = أ(س – ص) + ب(س – ص)

= (س – ص) (أ + ...)

ويمكن تحليل المقدار السابق كالآتي:

(أس – أص) + (ب س – ب ص) = (أس + ب س) + (- أص – ب ص)   (لماذا؟)

= س(أ + ب) – ص(أ + ب)

= (أ + ب)(س – ...)   (لماذا؟)

تَمارينُ وَمَسائِل:

١) أُحَلِّلُ المقادير الآتية إلى عواملها:

أ) ١٤أ ب + ٢١أ ب^{٢}

ب) (أ + ١)(أ − ٢) − (أ + ١)(أ − ٤)

جـ) −٥س ص − ٤٠ص^{٢}

٢) أُحَلِّلُ المقادير الآتية إلى عواملها الأوّلية:

أ) س ص + ٢س + ٢ص + ٤

ب) ١٢ + ٨ص − ٣س − ٢س ص

جـ) ٢٠أهـ + ٤ب هـ + ١٠أ س + ٢ب س

٣) مِساحة مستطيل بالمتر المربع تساوي ٣س^{٢} + ٥س، فما طول هذا المستطيل، إذا كان عرضه يساوي س متراً؟

٤) أُحَلِّلُ المقدار الجبري الآتي بأبسط صورة إلى عوامله الأولية:

س^{٣} + س^{٢} + ٣س + ٣

٢-٤ تحليل العبارة التَّربيعيّة

نشاط ١:

تمتاز العِمارة الفِلَسْطينيّة بتنوّعها واهتمامها بالأشكال الهندسيّة المنتظمة، يريد أبو يوسفَ بناءَ بوّابةٍ مربّعةِ الشّكل، تُعطى مِساحتها بالمقدار (س^{٢} + ٤س + ٤)، فكم سيكون طول ضِلْعها؟

بما أنّ (س + ٢) (س + ٢) = (س + ٢)^{٢}

= ... + ٢ × ٢ × س + ...

= س^{٢} + ٤س + ٤

أُلاحِظُ أنّ طول ضِلْعها (س + ٢)، فهل يمكن إيجاد طول البوّابة بصورة مختلفة؟

تعريف: العبارة التَّربيعيّة: هي مقدارٌ جبريٌّ يمكن أن يُكْتَبَ بالصّورة (أ س^{٢} + ب س + جـ)، حيث أ، ب، جـ أعداد ثابتة، أ ≠ صفر.
ويُسَمّى أ: معامل س^{٢} ، ب : معامل س، جـ: الحدّ الثابت.

نشاط ٢:

حدد أيٍّ من المقادير الجبريّة الآتية يمثّل عبارة تربيعيّة، ثم أَكْتُبُ للعبارة التَّربيعيّة منها، قيم كلٍّ من أ، ب، جـ.

١) س^{٢} + ٥ س + ٦ ، عبارة تربيعيّة فيها: أ = ١ ، ب = ٥، جـ = ٦

٢) س^{٢} + ٩ − ٦س ، عبارة تربيعيّة فيها: أ = ... ، ب = ... ، جـ = ...

٣) س^{٣} + س + ٦ ، .... ،.......

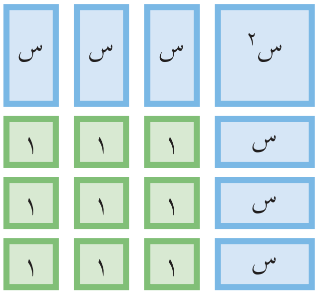
٤) ٥(س − ١) ، ليست عبارة تربيعيّة (لماذا؟)

٥) ٨ − س^{٢} − ٢س ، .... فيها، أ = ... ، ب = ... ، جـ = ...

نشاط٣:

أُمَثِّلُ العبارة التَّربيعيّة (س^{٢} + ٦ س + ٩)، باستخدام القِطَع الجبريّة:

أُرَتِّبُ القِطَع، كما في الشّكل المجاور:



مِساحة المربّع الناتج = (طول الضِّلْع)^{٢} = (س + ٣)^{٢}

مجموع المِساحات المكوّنة للمربّع = س^{٢} + ٦س + ...

لذلك: (س + ٣)^{٢} = س^{٢} + ٦س + ٩

أَتَعَلَّم: تُسَمّى العبارة التَّربيعيّة المكتوبة بالصّورة س^{٢} ± ٢ د س + د^{٢} مربّعاً كاملاً، ويكون تحليلها بالصّورة (س ± د) (س ± د) = (س ± د)^{٢}.

نشاط٤:

أُكْمِلُ الآتي بتحليل العبارات التَّربيعيّة المعطاة إلى عواملها:

١) س^{٢} + ١٠س + ٢٥ = (س)^{٢} + ٢ × ٥ × س + (٥)^{٢} = (س + ٥) (س + ٥)

= (..........)^{٢}

٢) س^{٢} − ٨س + ١٦ = (س)^{٢} − ٢ × ٤ × س + (...)^{٢}

= (س − ....)^{٢}

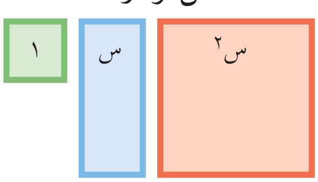
٣) ٤س^{٢} − ٢٠س + ٢٥ = (٢س)^{٢} − ٢ × ٥ × ٢س + (....)^{٢}

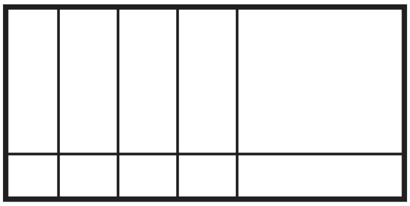
= (٢س − ....)(٢س − ....) = (..........)^{٢}

نشاط٥:

تُمَثِّلُ العبارة (س^{٢} + ٥س + ٤) مِساحة مستطيل، فما طول هذا المستطيل وعرضه؟

أَسْتَخْدِمُ القِطَع الجبريّة الآتية في تمثيل مِساحة المستطيل:





أُرَتِّبُ القِطَع الجبريّة، فيتكون المستطيل المجاور:
أُلاحِظُ أنَّ:
طول المستطيل = (س + ٤) ، وعرض المستطيل= (س + ١)
مِساحة المستطيل = الطول × العرض
أي أنّ س^{٢} + ٥س+ ٤ = (س + ٤)(س + ١)
أُلاحِظُ أنَّ الحدّ ٤ هو حاصل ٤ × ١، وأنّ الحدّ ٥ هو ٤ + ...

أَتَعَلَّم: لتحليل العبارة التَّربيعيّة المكتوبة بالصّورة س^{٢} + ب س+ جـ، يتم إيجاد عددَيْن م، ن، بحيث ب = م + ن، جـ = م × ن
فيكون تحليل العبارة س^{٢} + ب س+ جـ على الصّورة (س + م)(س + ن)

نشاط٦:

أُكْمِلُ الآتي بتحليل العبارات التَّربيعيّة إلى عواملها الأوّلية:

١) س^{٢} + ٧س + ١٠
أُلاحِظُ أنَّ: جـ = ١٠ = ٢ × ٥
ب = ٥ + ٢ = ٧

إذن: س^{٢} + ٧س + ١٠ = (س + ٥)(س + ٢)

٢) س^{٢} − ٤س + ٣ = (س − ٣)(س − ....)

٣) س^{٢} − ١١س + ١٨ = (س − ٩)(س − ....)

٤) ص^{٢} − ١٦ص + ٦٣ = (........)(........)

أُلاحِظُ أنَّه إذا كانت إشارة جـ موجبة، فإنّ م، ن متشابهَيْنِ في الإشارة، وتكون إشارتُهُما تَبْعاً لإشارة ب.

نشاط٧:

أُكْمِلُ الآتي بتحليل العبارات التَّربيعيّة إلى عواملها الأولية:

١) س^{٢} + ٢س − ٣
أُلاحِظُ أنَّ: جـ = −٣ = + ٣ × −١ ، ب = + ٢ = ٣ + −١
ومنها: س^{٢} + ٢س − ٣ = (س + ٣)(س − ١)

٢) س^{٢} − ١٠س − ٢٤

أُلاحِظُ أنَّ: جـ = −٢٤ = −١٢ × ٢

ب = −١٠ = −١٢ + ٢

ومنها: س^{٢} − ١٠س − ٢٤ = (س + ٢)(س − ...)

٣) س^{٢} + ٤س −٥ = (س + ...)(س − ...)

أُلاحِظُ أنَّه إذا كانت إشارة جـ سالبة، فإنّ م، ن مختلفانِ في الإشارة، وتَتْبَعُ إشارةُ الأكبرِ منهما إشارةَ ب.

نشاط٨:

أُكْمِلُ تحليل العبارات التَّربيعيّة إلى عواملها الأوّلية:

١) ٣س^{٢} − ١٦س + ٢١

عوامل الحدّ ٣س^{٢} ← { ٣س ، س } ╳ { −٧ ، −٣ } → عوامل الحدّ ٢١

٣س	−٧
س	−٣

ب = −٩س + −٧س = ... (لماذا؟)

ومنها: ٣س^{٢} − ١٦س + ٢١ = (٣س − ٧)(س − ٣)

٢) ٢س^{٢} + ٧س − ٢٢ = (٢س + ١١)(س − ٢)

٣) ٦ص^{٢} −١٩ص + ١٠ = (٢ص − ....)(٣ص − ....)

أناقش: تحليل العبارة ٣س^{٢} − ١٦س + ٢١ الآتي:

١) أضرب الحد الثابت بمعامل س^{٢} فينتج المقدار: س^{٢} − ١٦س + ٦٣

٢) أحلل المقدار السابق فينتج أن: س^{٢} − ١٦س + ٦٣ = (س − ٩)(س − ٧)

٣) أقسم الثوابت في التحليل السابق على معامل س^{٢} فينتج :

$$(\text{س} - \frac{٩}{٣})\,(\text{س} - \frac{٧}{٣}) = \frac{(\text{س} - ٣)(٣\text{س} - ٧)}{٣}$$

٤) أضرب المقدار المحلل السابق بمعامل س^{٢} فيكون الناتج هو التحليل المطلوب أي أن:

٣س^{٢} − ١٦س + ٢١ = (س − ٣)(٣س − ٧)

تَمارينُ وَمَسائِل:

١) أُحَلِّلُ العبارات التَّربيعيّة الآتية إلى عواملها الأولية:

أ) $س^٢ - ١٤س + ٢٤$

ب) $٩س^٢ - ٦س ص + ص^٢$

جـ) $٦ص^٢ + ١١ص - ١٠$

د) $س^٢ - س + \frac{١}{٤}$

٢) أَكْتُبُ تعبيراً جبريّاً يمثّل محيط لوح خلايا شمسية مستطيلة الشكل، مِساحتها $(س^٢ + ٢٤س - ٨١)$.

٣) ما قيم ك الّتي تجعلُ تحليل العباراتِ التَّربيعيّةَ الآتيةَ صحيحاً:

أ) $س^٢ + ك س - ١٩ = (س - ١٩)(س + ١)$

ب) $س^٢ + ك س + ١٤ = (س - ٢)(س - ٧)$

٢-٥ تحليل الفَرْق بين مربّعيْن

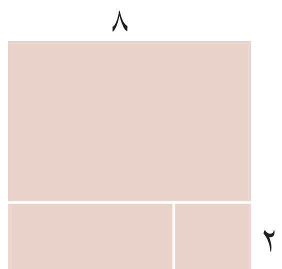
نشاط ١:

دمّر جدار الضم والتوسع مِساحاتٍ واسعةً من الأراضي الزّراعيّة الفِلَسْطينيّة وسَلَبها. يمتلك مزارعٌ أرضاً زراعيّة مربّعةً، طول ضِلْعها ٢٣م، اقتطعَ منها الجدارُ قطعةً مربّعةً، طول ضِلْعها ١٧م. فما مِساحة القِطْعة المتبقّية من أرض المزارع؟

مِساحة المنطقة المتبقّية= $(٢٣)^{٢}$ − $(١٧)^{٢}$

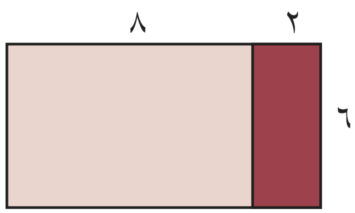
= ... − ... = ...$م^{٢}$، وهل يمكن حساب هذه المِساحة بطريقة أُخرى؟

نشاط ٢:



أُحْضِرُ قطعةَ كرتونٍ مربّعةً، طول ضِلْعها ٨ سم.

أَقُصُّ منها مربّعاً طول ضِلْعه ٢ سم،



أَحْسِبُ مِساحة المنطقة المتبقّية بعد قصّ المربّع، بإعادة تركيب القطع المتبقّية؛ لتكونَ مستطيلاً، كما في الشّكل الآتي:

طول المستطيل الناتج = ١٠ سم، عرضه = ٦ سم (لماذا؟)

ومنها: مساحته = ١٠ × ٦ = ٦٠ $سم^{٢}$.

الفرق بين مِساحتَي المربّعيْنِ الصَّغيرِ والكبير = ٦٤ − ... (لماذا؟)

= ... $سم^{٢}$

أَتَعَلَّم: الفرق بين مِساحتي مربّعيْنِ تساوي مِساحة مستطيل، طولُه (مجموع ضِلْعَي المربّعيْن)، وعرضُه الفرق بين طولَي ضِلْعَي المربّعين، وَيُعَبَّرُ عن ذلك بالرّموز $س^{٢}$ − $ص^{٢}$ = (س + ص)(س − ص).

نشاط٣:

أُكْمِلُ تحليل العبارات الآتية:

١) ص^{٢} − ٢٥ = (ص)^{٢} − (٥)^{٢} = (ص − ٥)(ص + ٥)

٢) س^{٢} − ٥ = (س + ...)(س − ...)

٣) ٤ص^{٢} − ١٤٤ = (٢ص)^{٢} − (١٢)^{٢} = (٢ص + ...)(.... − ...)

٤) ٢٥م^{٢} − ٩ل^{٢} = (٥م + ...)(٥م − ...)

نشاط٤:

مربّعانِ يزيد طولُ ضِلْعِ الأوّل عن طولِ ضِلْعِ الثّاني وحدة واحدة، وتزيد مِساحة الأوّل عن مِساحة الثّاني ٧ وحدات مربّعة، فما طولُ ضِلْعِ المربّع الأصغر؟

أَعْتَبِرُ أنَّ طولَ ضِلْعِ المربّع الأوّل = س، لذا يكون طولُ ضِلْعِ المربّع الثّاني= س − ١

مِساحة المربّع الأوّل = س^{٢}

مِساحة المربّع الثّاني= ....

مِساحة المربّع الأوّل − مِساحة المربّع الثّاني = ٧

س^{٢} − (س − ١)^{٢} = ٧

(س − س + ١)(س + س − ١) = ٧

ومنها (١) (٢س − ١) = ٧ (لماذا؟)

٢س = ٨ ومنها س = ...

طولُ ضِلْعِ المربّع الأوّل = ٤ وحدات (لماذا؟)

طولُ ضِلْعِ المربّع الثّاني = ... (لماذا؟)

أُفَكِّر: هل يمكن تحليل مقدار جبريّ بالصّورة (س^{٢} + ١)؟ أُفَسِّرُ إجابتي.

تَمارينُ وَمَسائِل:

١) أَكْتُبُ ناتج ما يأتي بأبسط صورة:

أ) (ص − ٩)(ص + ٩) ب) (٦س + ١)(٦س − ١)

٢) أُحَلِّلُ المقادير الآتية:

أ) س^{٢} − ٣٦

ب) ص^{٢} − ٢٥

جـ) ٨س^{٢} − ٧٢

٣) أُكْمِلُ الفراغاتِ في الآتية:

أ) ص^{٢} − (....)^{٢} = (.... + ٨)(.... − ٨)

ب) ٤أ^{٢} − ...... = (٢أ − ٩)(٢أ + ٩)

جـ) ١٤٤أ^{٢} − ١٠٠ب^{٢} = (١٢أ − ....)(..... + ...)

٤) أَجِدُ القيمة العدديّة للمقدار (٦٧٥)^{٢} − (٣٢٥)^{٢} بطريقتين.

٥) يُراد إحاطة حديقة مربعة الشكل طول ضلعها ١٢م وقطرها ١٢$\sqrt{٢}$ م. بممر عرضه ٢م، فما التكلفة اللازمة لتبليط الممر علماً بأن تكلفة المتر المربع الواحد ٥ دنانير؟

٦-٢ قسمة المقادير الجبريّة

نشاط ١:

تُعَدّ عمليّة تجميع مياه الأمطار في بِرَك من الطرق المهمّة لاستغلال مياه الأمطار، فإذا عُبِّرَ بالمتر المكعب عن كمية الماء في بركة على شكل متوازي مستطيلات بالمقدار ($س^{٣} + س^{٢}$). فما ارتفاع الماء في البركة، علماً أنَّ مِساحة قاعدتها $س^{٢}$ ؟

حجم البركة = مِساحة القاعدة × الارتفاع (لماذا؟)

ومنها: $س^{٣} + س^{٢} = س^{٢}(س + ١)$ (لماذا؟)

وبما أنّ مِساحة القاعدة = ...، فإنّ ارتفاع الماء = ...، فهل يمكن إيجاد الارتفاع بصورة أُخرى؟

نشاط ٢:

أَجِدُ ناتج القسمة في كُلٍّ ممّا يأتي:

أ) $(٢٦هـ^{٢} + ١٤هـ^{٤}) \div ٢هـ$

$$(٢٦هـ^{٢} + ١٤هـ^{٤}) \div ٢هـ = \frac{٢٦هـ^{٢} + ١٤هـ^{٤}}{٢هـ} = \frac{٢٦هـ^{٢}}{٢هـ} + \frac{١٤هـ^{٤}}{٢هـ}$$

$$= ١٣هـ + ...$$

ب) $$(٩ل^{٣}م^{٤} - ١٨ل\,م^{٢}) \div ٣ل\,م^{٢} = \frac{٩ل^{٣}م^{٤} - ١٨ل\,م^{٢}}{٣ل\,م^{٢}}$$

$$= \frac{٩ل^{٣}م^{٤}}{٣ل\,م^{٢}} - \frac{١٨ل\,م^{٢}}{٣ل\,م^{٢}} = ... - ....$$

عند قسمة مقدار جبريّ على حدّ جبريّ لا يساوي صفر، يمكن قسمة كُلّ حدّ من حدود المقدار الجبريّ على هذا الحدّ.

نشاط٣:

حديقة مستطيلة الشّكل، عُبِّرَ عن مِساحتها بالمقدار (س^{٢} + ١٧س + ٣٠) م^{٢} ، وعُبّرَ عن عرضها بالمقدار (س + ٢) م، فما طول هذه الحديقة؟

مِساحة الحديقة = الطول × العرض

ومنها: طول الحديقة = مِساحة الحديقة ÷ عرض الحديقة

أُكْمِلُ طول الحديقة = (س^{٢} + ١٧س + ٣٠) ÷ (س + ٢)

$$= \frac{(\text{س}^{٢} + ١٧\text{س} + ٣٠)}{(\text{س} + ٢)}$$

$$= \frac{(\text{س} + ١٥)(\ldots\ldots\ldots\ldots)}{(\text{س} + ٢)}$$

= (س + ...) متراً

نشاط٤:

أَسْتَخْدِمُ التّحليل إلى العوامل في إيجاد نواتج قسمة المقادير الآتية:

١) (س^{٢} + ٥س + ٤) ÷ (س + ١) = (س + ٤)(س + ١) ÷ (س + ١) = ...

٢) (س^{٢} − ٤) ÷ (س + ٢) = (س − ٢)(..........) ÷ (س + ٢) = ...

٣) (س^{٢} − ٣س) ÷ (س − ٣) = س (س − ...) ÷ (س − ٣) = ...

تَمارينُ وَمَسائِل:

١) أَجِدُ ناتج ما يأتي بأبسط صورة:

أ) $(٢٧أ^٢س^٧) \div (٩أس)$ ب) $(س^٢ + ٧س + ١٢) \div (س + ٣)$

٢) إذا كان ناتج ضرب حدّيْنِ جبريّيْنِ هو $-٦٤س^٣ص^٣$ ، وكان الأوّل $١٦س^٢$، أَجِدُ الحدّ الثّاني؟

٣) مساحة حديقة منزلية مستطيلة الشكل $(٣٢ س^٢ + ٩٦ س + ٦٤)$ $م^٢$، وعرضها $(٤س + ٤)$ م، ما طول تلك الحديقة؟

٤) ما ارتفاع متوازي أضلاع، مساحته $(١٥س^٣ص - ١٠س^٢ص^٢)$ $سم^٢$ ، وطول قاعدته $(٥س^٢ص)$ سم؟

٢-٧ تمارين عامّة

١) أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة:

١ أيٌّ من العبارات الآتية تُمثّل مربّعاً كاملاً؟

أ) س^{٢} - ٤س + ٤ ب) (س - ٢)(س + ٢)

جـ) س^{٢} - ٤س - ٤ د) س^{٢} + ٤

٢ ما ناتج طرح المقدار (س^{٢} - ٢س + ١) من المقدار (٣س^{٢} - ٤س + ٥)؟

أ) ٢س^{٢} - ٢س + ٤ ب) ٢س^{٢} - ٦س + ٤

جـ) -٢س^{٢} + ٢س - ٤ د) -٢س^{٢} - ٢س - ٤

٣ ما تحليل العبارة س^{٢} - ١٧س + ٤٢؟

أ) (س - ١)(س - ٤٢) ب) (س - ٢)(س - ٢١)

ج) (س - ٦)(س - ٧) د) (س - ٣)(س - ١٤)

٤ ما تحليل العبارة: -س^{٢} - س + ١٢؟

أ) (س - ٣)(س + ٤) ب) (س - ٣)(س - ٤)

جـ) (-س + ٣)(س + ٤) د) (س - ٣)(-س - ٤)

٥ إذا كان أ^{٢} - ٢أب + ب^{٢} = ٣٦، وكان أ^{٢} - ٣أب + ب^{٢} = ٢٢، فما قيمة أب؟

أ) ٦ ب) ٨ جـ) ١٢ د) ١٤

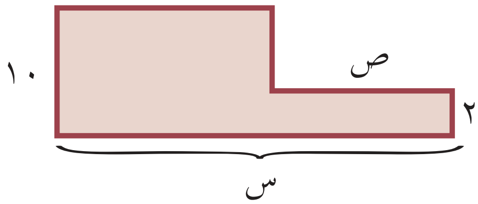
٢) أَكْتُبُ المقدار (س + ٢)(س - ٤) - (س + ٤)(س - ٢) بأبسط صورة؟

٣) أُكْمِلُ النَّمَطَ في كلٍّ ممّا يأتي:

أ) س(١ + س)، س(٢ + ٢س)، س(٣ + ٣س)، ......، ......، ......

ب) ٨١س^{٤}، ٢٧س^{٣}، ٩س^{٢}، ......، ....، ....

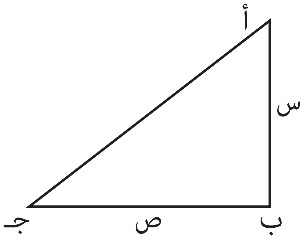
٤) تم حديثاً إنشاء أول ممر بحري يسمح لذوي الاحتياجات الخاصة بالسباحة في البحر على الشكل الآتي، أَكْتُبُ المقدار الجبريّ الذي يمثّل مِساحة المنطقة الملوّنة.



٥) أُعَبِّرُ عن المقدار (١٠٤) × (٩٦) بصورة فَرْقٍ بين مربّعَيْن، ثُمَّ أَجِدُ قيمته.

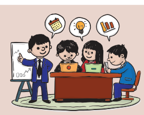
٦) إذا كانت قيمة $س^٢ - ص^٢ = ٤٨$، وكان $س + ص = ١٦$، فما قيمة $س - ص$.

٧) أ ب جـ مثلث قائم في ب كما في الشكل المجاور، فإذا كان مجموع ضلعي القائمة ٧ والفرق بينها ١ فما الفرق بين مربعي ضلعي القائمة؟



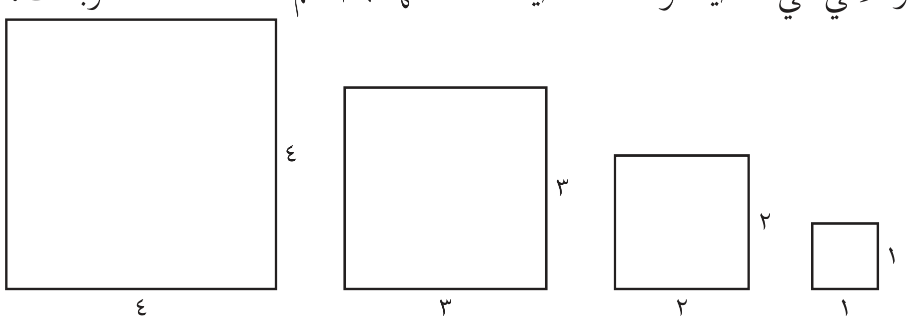
أقيم ذاتي: أكمل الجدول الآتي:

المهارة	مرتفع	متوسط	دون المتوسط
إجراء العمليّات الحسابيّة على المقادير الجبريّة.			
تحليل المقادير الجبريّة، بإخراج العامل المشترك.			
تحليل العبارة التَّربيعيّة بعدّة طرق.			
حلّ مشكلات حياتيّة، باستخدام الجبر.			



مشروع الوحدة:

- أتعاون مع زملائي في تغطية لوحة مستطيلة مساحتها ٣٦سم^٢ مستخدماً المربعات:



مقدماً ثلاث مقترحات على الأقل وأكتب التعبير الجبري الذي يصلح للتعبير عن كل منها.

روابط الكترونية: http://www.mathsisfun.com/algebra/factoring.html

الهندسة

الوحدة
٣

تمتاز العمارةُ في القدس (عاصمة فلسطين) بملامحَ فنيّةٍ خاصّة، أتأمّلُ الصورة، وأبحث عن التشابه بين الأشكال والمجسّمات الواردة في الصورة.

يتوقع مـن الطلبـة بعـد الإنتهـاء مـن دراسـة هـذه الوحـدة والتفاعـل مـع أنشـطتها أن يكونـوا قادريـن علـى توظيـف هندسـة المثلثـات فـي الحيـاة العمليّـة مـن خـلال الآتـي:

١- التعرّف إلى نظريّة فيثاغورس، والتعبير عنها جبريّاً وهندسيّاً.

٢- توظيف نظريّة فيثاغورس وعكسها في حلّ مشكلاتٍ حياتيّة.

٣- التعرّف إلى مفهوم المثلّثات المتطابقة.

٤- التعرّف إلى حالات تطابُق المثلثات.

٥- التعرّف إلى مفهوم المثلّثات المتشابهة.

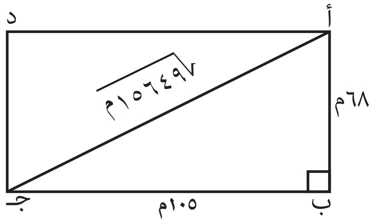
٦- التعرّف إلى حالات تشابه المثلّثات.

٧- توظيف تطابق المثلّثات، وتشابه المثلثات في حلّ مشكلاتٍ حياتيّة.

٣-١ نظريّة فيثاغورس

نشاط ١:

يُعدُّ ملعبُ بلديةِ نابُلسَ أوّلَ (استاد) كرةِ قدمٍ أُقيم في فلسطينَ عام ١٩٥٠م، وقد أُعيدَ تأهيلُه عام ٢٠٠٩م؛ حيث أصبح طولُه ١٠٥م، وعرضُه ٦٨م، وقُطرُه $\sqrt{١٥٦٤٩}$م، فما العلاقة بين هذه الأبعاد؟



أرسمُ رسماً توضيحيّاً، كما في الشكل المجاور:

مربع الوتر أ جـ = (أ جـ)^{٢} = ٠٠٠٠٠م^{٢}

= ١٥٦٤٩م^{٢}

مربع ضلع القائمة أ ب = (أ ب)^{٢} = (٦٨)^{٢}

= ٤٦٢٤م^{٢}

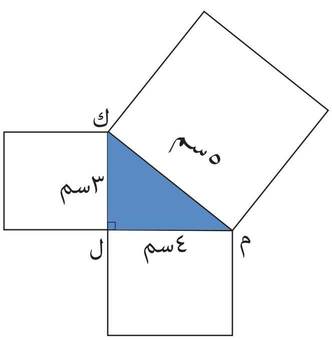
مربع ضلع القائمة ب جـ = (ب جـ)^{٢} = (١٠٥)^{٢}

= ٠٠٠٠٠م^{٢}

(أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} = ٠٠٠٠ + ٠٠٠٠ = ١٥٦٤٩م^{٢} وهو مربّع الوتر أجـ.

فهل هناك علاقةٌ تربط طول الوتر بأطوال ضلعيّ الزاوية القائمة في أيّ مثلثٍ قائم الزاوية؟

نشاط ٢:



أَرسم المثلث ك ل م، كما في الشكل المجاور، بحيث:

ل ك = ٣سم، ل م = ٤سم، م ك = ٥سم، ثم أُكمل:

مِساحة المربع المُنشأ على الوتر ك م = ٥ × ٥ = ٠٠٠سم^{٢}

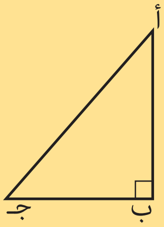
مِساحة المربع المُنشأ على ضلع القائمة ل ك = ٣ × ٣ = ٩سم^{٢}

مِساحة المربع المُنشأ على ضلع القائمة ل م = ٤ × ٤ = ٠٠٠سم^{٢}.

مجموع مساحتيّ المربّعيْن المنشأيْن على ضلعيّ الزاوية القائمة = ٩ + ١٦ = ٢٥.

ألاحظ أن: ....

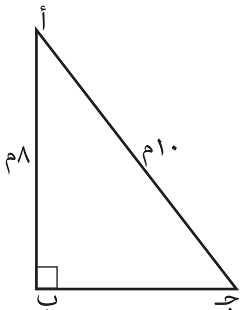
نظريّة فيثاغورس: في المثلّث القائم الزّاوية تكون مِساحةُ المربّع المُنشأ على الوتر تساوي مجموع مساحتيّ المربّعيْن المُنشأيْن على ضلعيّ الزاوية القائمة؛ أيّ أنّ: (أ جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}



نشاط٣:

يستخدم ضباط الدفاع المدني أدوات مختلفة في إنجاز مهماتهم،وأثناء تنفيذ إحدى المهمات اضطر ضابط لوضع سلم طوله ١٠م على أرض مستوية بحيث يلامس أعلى السلم قمة بناية ارتفاعها ٨م، ما البعد بين الطرف السفلي للسلم وأسفل البناية.

أرسم رسماً توضيحيّاً، كما في الشكل المجاور:



(أ جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}

(١٠)^{٢} = (٨)^{٢} + (ب جـ)^{٢}

.... = ٦٤ + (ب جـ)^{٢}

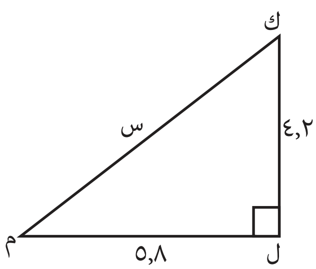
(ب جـ)^{٢} = ١٠٠ − ٦٤

(ب جـ)^{٢} = ٣٦ ، ومنها (ب جـ) = ...

بعد السلم عن أسفل البناية = ...م

نشاط٤:

أُكملُ إيجادَ أطوالِ أضلاعِ المثلّثات الآتية:

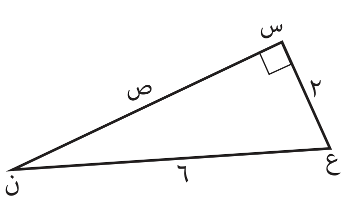


أ) (ك م)^{٢} = (ك ل)^{٢} + (ل م)^{٢}

س^{٢} = (٤,٢)^{٢} + ...

س^{٢} = ... + ٣٣,٦٤

س^{٢} = ٥١,٢٨ ومنها س = $\sqrt{٥١,٢٨}$ وحدة طول



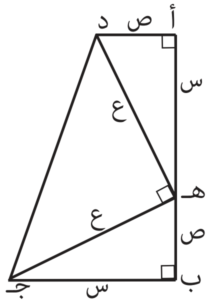
ب) (ع ن)^{٢} = (س ع)^{٢} + (س ن)^{٢}

.... = (٢)^{٢} + (ص)^{٢}

٣٦ − .... = ص^{٢} ومنها ص^{٢} = ٣٢

أيّ أنّ: ص = $\sqrt{٣٢}$ وحدة طول

نشاط ه:



أتأمّلُ الشكل المجاور، ثم أُكملُ إثباتَ نظريّة فيثاغورس:

مجموع القاعدتين في شبه المنحرف أ ب جـ د = ب جـ + أ د = س + ...

ارتفاع شبه المنحرف أ ب جـ د = أ ب = ... + ص

مِساحة شبه المنحرف أ ب جـ د = $\frac{1}{2}$ × مجموع القاعدتين المتوازيتن × الارتفاع

= $\frac{1}{2}$ (س + ص) × (س + ص)

= $\frac{1}{2}$ (س^2 + ٢س ص + ص^2)

مساحة المثلث هـ أ د = $\frac{1}{2}$ × القاعدة × الارتفاع = $\frac{1}{2}$ × هـ أ × أ د

= $\frac{1}{2}$ س ص

مساحة المثلث جـ ب هـ = $\frac{1}{2}$ × ب جـ × ب هـ (لماذا؟)

= $\frac{1}{2}$ س(...)

مساحة المثلث د هـ جـ = $\frac{1}{2}$ × هـ جـ × د هـ (لماذا؟)

= $\frac{1}{2}$ × ع^2 (لماذا؟)

أيضاً: مِساحة شبه المنحرف أ ب جـ د = مساحة Δ هـ أ د + مساحة Δ جـ ب هـ + مساحة...

ومنها: $\frac{1}{2}$ (س^2+ ٢س ص + ص^2) = $\frac{1}{2}$ س ص + $\frac{1}{2}$ س ص + $\frac{1}{2}$ع^2

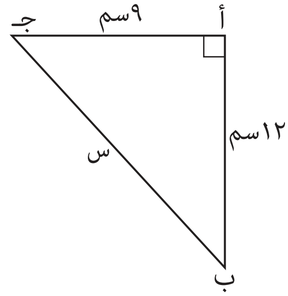
= $\frac{1}{2}$ (٢س ص + ع^2) (لماذا؟)

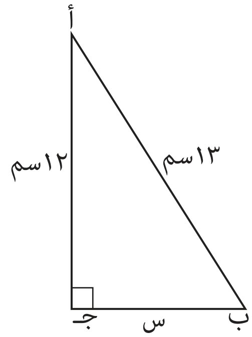
ومنها: س^2 + ٢س ص + ص^2 = ٢س ص + ع^2، ومنها: ع^2 = س^2 + ص^2

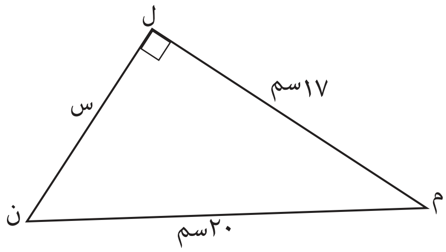
أي أنه في المثلث القائم هـ ب جـ فإن مربع الوتر يساوي مجموع مربعي ضلعي القائمة.

تمارين ومسائل:

١) أجدُ قيمةَ س في كل من المثلّثات القائمة الآتية:

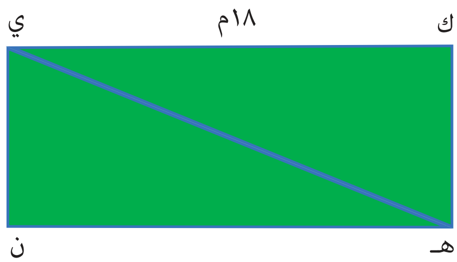




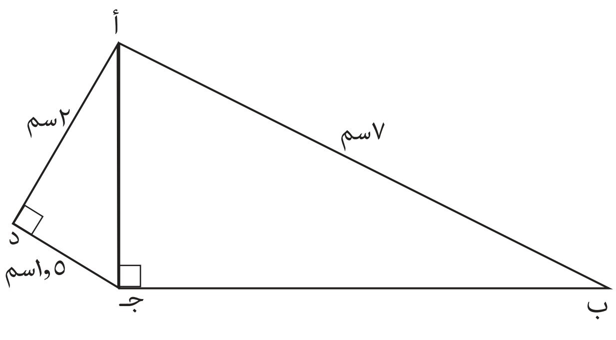


٢) أحسبُ محيط المثلث أ ب جـ القائم الزاوية في ب، الذي فيه:
أ ب = ١٥سم، أ جـ = ٢٥سم

٣) يوضّح الشكل المجاور مخطط حديقةً مستطيلةَ الشكل، طولها ١٨م، ومساحتها ٢١٦م^{٢}، فما طول قُطرِها؟

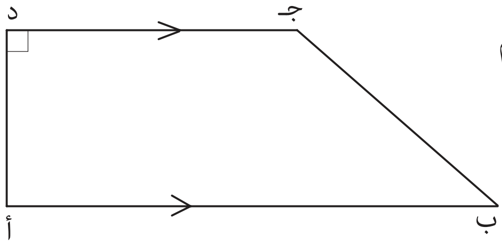


٤) معتمداً على الشكل المجاور، أجد: ب جـ.



٥) ما طول القطر في مربّعٍ طولُ ضلعِه ٩سم؟

٦) يبيّن الشكل المجاور شبه المنحرف أ ب جـ د القائم الزاوية في د، الذي فيه: أ ب = ٥سم، أ د = ٢سم، جـ د = ٣سم. أحسبُ طول كلٍّ من: أ جـ، ب د، ب جـ.



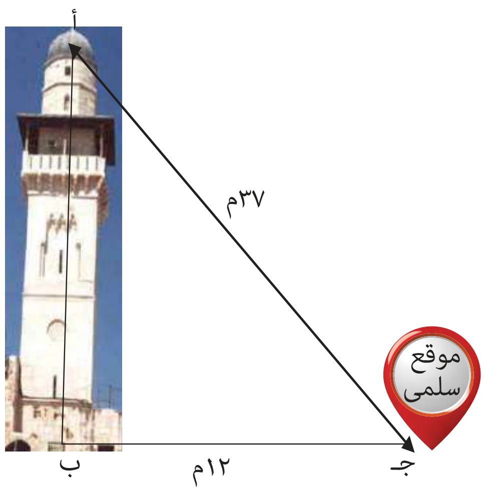
(رسم توضيحي وليس على القياس)

٧) تم توصيل نقطة تقع على قمة عمود كهرباء ترتفع ٧م عن سطح الارض بسلكٍ كهربائيّ مشدود إلى سطح منزل، ارتفاعه ٣م عن سطح الأرض، فإذا كانت نقطة تثبيت السّلك بقمة المنزل تبعد ٣م عن عمود الكهرباء، فما طول هذا السّلك؟

٣-٢ عكس نظريّة فيثاغورس

نشاط ١:

تقعُ مئذنةُ بابِ السّلسلةِ فوق الرّواقِ الغربيّ للمسجد الأقصى المبارك، وتُشرفُ على حائط البراق، ويبلغ ارتفاعُها ٣٥ متراً، وقفت سلمى على بعد ١٢متراً من قاعدةِ المئذنة، فكانت المسافةُ بين موقع سلمى وقمّةِ المئذنة ٣٧ متراً كما في الرسم التوضيحي المجاور، فهل يُحقّقُ المثلث أ ب جـ نظريّة فيثاغورس؟



مِساحة المربّع المُنشأ على الضلع أ جـ = (أ جـ)^{٢}

ومنها: (أ جـ)^{٢} = ... = ١٣٦٩م^{٢} (لماذا؟)

مِساحة المربّع المُنشأ على الضلع أ ب = (أ ب)^{٢}

ومنها: (أ ب)^{٢} = (٣٥)^{٢} = ...م^{٢}

مِساحة المربع المُنشأ على الضلع ب جـ = (ب جـ)^{٢}

ومنها: (ب جـ)^{٢} = (١٢)^{٢} = ...م^{٢}

(أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} = ١٢٢٥ + ١٤٤ = ١٣٦٩م^{٢}،

ألاحظ أنّ: (أ جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}

أيّ أنّ: المثلث أ ب جـ يحقّقُ نظريّة فيثاغورس، فهل يكون هذا المثلث قائماً؟

نشاط ٢:

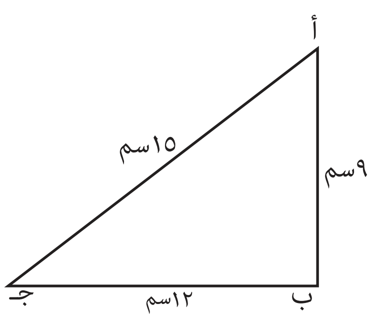
أتأمّل المثلثاتِ الآتية، ثم أكمل:

أ) (أ جـ)^{٢} = (١٥)^{٢} = ٢٢٥سم^{٢}

(أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} = (٩)^{٢} + (١٢)^{٢}

= .... + ...

= ٢٢٥سم^{٢}



ألاحظ أنّ: المثلث قد حقّق نظريّة فيثاغورس.

أتحقّقُ بالقياس من أنّ المثلثَ أ ب جـ قائمُ الزّاوية في ب.

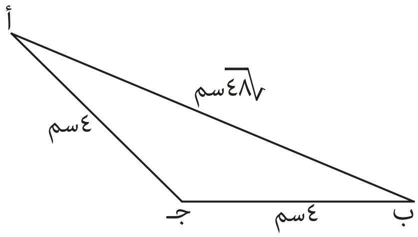
ب) $(أ\ ب)^2 = (\cdots)^2 = 48$ سم^2

$(أ\ جـ)^2 + (ب\ جـ)^2 = (4)^2 + \cdots\cdots = 32$ سم^2

ألاحظُ أنّ: $(أ\ ب)^2 \neq (أ\ جـ)^2 + (ب\ جـ)^2$

أي أن المثلث (أ ب جـ) لايحقق نظرية فيثاغوروس.

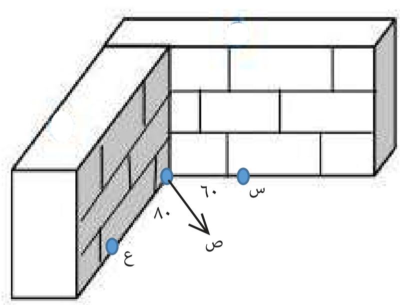
أتحقّق بالقياس أنّ المثلثَ أ ب جـ غيرُ قائم الزّاوية.



نظريّة: إذا كانت مِساحةُ المربّع المُنشأ على أطولِ أضلاعِ المثلّث تساوي مجموعَ مساحتيّ المربّعيْن المُنشأيْن على الضلعيْن الآخريْن، فإنّ الزّاويةَ المقابلةَ للضّلع الأكبرِ تكون قائمةً؛أيّ أنّه: إذا كان $(أ\ جـ)^2 = (أ\ ب)^2 + (ب\ جـ)^2$ فإنّ المثلثَ أ ب جـ قائمُ الزّاوية في ب.

نشاط ٣:

بنى فادي جداريْن، كما في الشكل المجاور، كيف تساعد فادي في التحقّق من أنّ الزاويةَ بين الجدارين قائمة؟



أقوم بتحديد النقطة (س) بحيث تبعد مسافة ٦٠سم مثلاً عن النقطة (ص).

أقوم بتحديد النقطة (ع)، بحيث تبعد مسافة ٨٠ سم مثلاً عن النقطة (ص).

أصل $\overline{س\ ع}$ ثم أجد طولها؛ معتمداً على نظريّة فيثاغورس، فإذا تحققت النظرية تكون الزاوية بين الجدراين قائمة.

$(س\ ع)^2 = (س\ ص)^2 + (ص\ ع)^2$

$= (60)^2 + (80)^2$

$= \cdots\cdots + \cdots\cdots$

$= 10000$سم^2 ، ومنها: س ع = ١٠٠سم

أجدُ طول $\overline{س\ ع}$ بالقياس، فإذا كان س ع = ١٠٠سم، فإنّ المثلث يحقّقُ نظريّةَ فيثاغورس؛ وعندها تكون الزاوية بين الجدارين قائمة.

نشاط٤:

أيّ الأطوال الآتية يمكن أنْ تشكل أطوالاً لأضلاع مثلث قائم الزاوية:

أ) الأطوال: ١سم ، ١سم، $\sqrt{٢}$سم

($\sqrt{٢}$)^{٢} = ٠٠٠٠سم^{٢}

(١)^{٢} + (١)^{٢} = ١ + ١ = ٢سم^{٢}

أي أنّ: ($\sqrt{٢}$)^{٢} = (١)^{٢} + (١)^{٢}

ومنها الأطوال: ١سم، ١سم، $\sqrt{٢}$سم تشكّل مثلّثاً قائم الزّاوية. (لماذا؟)

ب) الأطوال: ٧٤سم، ٤٨سم، ٥٥سم.

(٧٤)^{٢} = ٠٠٠٠سم^{٢}

(٤٨)^{٢} + (٥٥)^{٢} = ٢٣٠٤ + ٠٠٠٠ = ٥٣٢٩سم^{٢}

ألاحظ أنّ: (٧٤)^{٢} $\neq$ (٤٨)^{٢} + (٥٥)^{٢}

ومنها الأطوال: ٧٤سم، ٤٨سم، ٥٥سم لا يمكن أن تشكّل مثلّثاً قائم الزاوية. (لماذا؟)

تعريف: تُسمّى الأعدادُ الطبيعيّة التي تُحقّقُ نظريّة فيثاغورس أعداداً فيثاغوريّة.

نشاط٥:

أُكملُ الجدولَ الآتي:

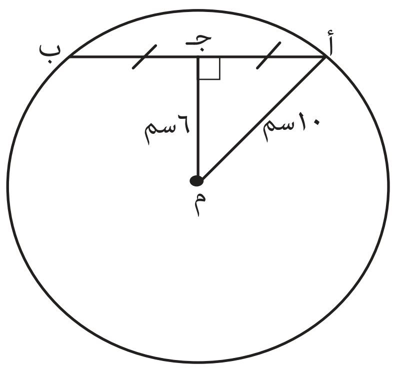
س	ص	ع	س^{٢}	ص^{٢}	ع^{٢}	س^{٢} + ص^{٢}	هل هي أعداد فيثاغورية؟
٦	٨	١٠	٣٦	٦٤	١٠٠	٣٦ + ٦٤ = ٠٠٠٠	نعم؛ لأنّ: س^{٢} + ص^{٢} = ع^{٢}
٩	١٣	٢٠		١٦٩		٠٠٠٠ + ١٦٩ = ٢٥٠	لا؛ لأن ...
١١	٦٠	٦١	١٢١			١٢١ + ٠٠٠٠ = ٣٧٢١	

تمارين ومسائل:

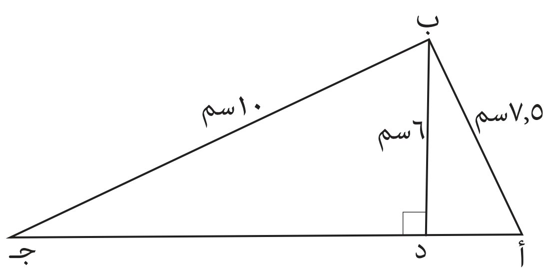
١) أُكملُ الجدول الآتي:

أطوال أضلاع المثلث بالسنتمتر	هل المثلث قائم الزاوية؟	السبب
٩ ، ٤٠ ، ٤١		
٦ ، ٤,٨ ، ٣,٦		
٣٠ ، ١٢٤ ، ١٢٨		
٦٠، ١١ ، ٦١		

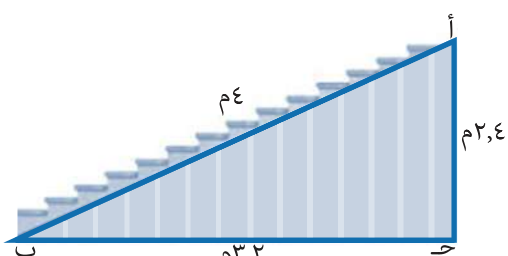
٢) يبين الشكل المجاور دائرةٌ نصفُ قطرِها ١٠سم، أ ب وترٌ فيها، م جـ عمودي على الوتر أب، ما طول أ ب؟



٣) معتمداً على الشكل المجاور، أبيّنُ أنّ الزاوية أ ب جـ قائمة.



٤) الشكل المجاور يمثّل درجاً، أبعادُه معلومة، فهل تم بناء الدرج بحيث تكون زاوية جـ قائمة.



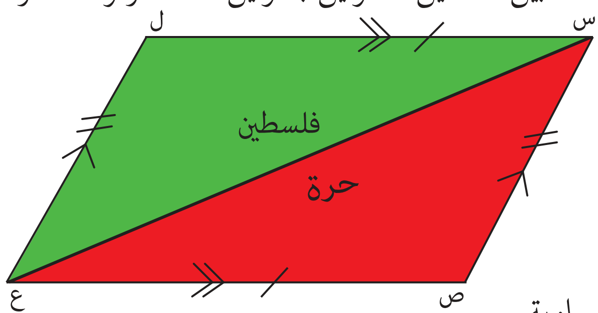
٥) أكتبُ مجموعتين من الأعداد؛ بحيث تشكّلُ كلٌّ منها أعداداً فيثاغورية.

٦) مستخدماً المتر فقط، كيف تتأكد من أن الزاوية في ملعب كرة القدم قائمة؟

٣-٣ تطابُق المثلّثات (١)

نشاط ١:

من الحقوق الأساسية للأفراد عدم سجنهم تعسفياً. في يوم الأسير الفلسطينيّ، الذي يوافق ١٧ نيسان من كلّ عام، لوّن وسام طائرةَ صمّمها، كما في الشكل المجاور، فما العلاقة بين المثلّثيْن الملوّنيْن باللونيْن: الأحمر والأخضر؟



في المثلثيْن: س ص ع، س ل ع:

س ع ضلعٌ مشترك.

س ل = ص ع (من خواصّ متوازي الأضلاع).

س ص = ... (لماذا؟)

ألاحظُ أنّ: أطوال الأضلاع المتناظرة في المثلثين متساوية.

أجدُ باستخدام الأدوات الهندسيّة قياساتِ الزوايا المتناظرة في المثلثيْن، وألاحظُ أنّ الزوايا المتناظرة في المثلثيْن س ص ع، س ل ع متساوية.

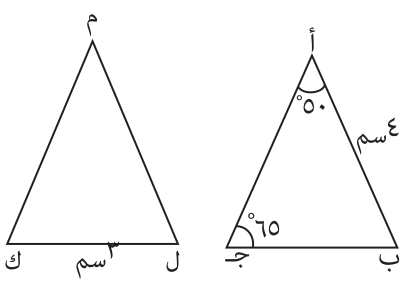
في هذه الحالة نقول: أن المثلّثين س ص ع، س ل ع متطابقان، وتكتب بالرموز:

Δ س ص ع $\cong$ Δ س ل ع، وتُقرأ (المثلث س ص ع يطابق المثلث س ل ع).

أتعلّم: المثلثات المتطابقة أضلاعها المتناظرة متساوية، وقياسات زواياها المتناظرة متساوية.

نشاط ٢:

يبيّن الشكل المجاور المثلثيْن المتطابقيْن أ ب جـ، م ل ك، أُكملُ إيجادَ:



∡ ل م ك، ∡ م ل ك، م ل.

∡ ل م ك = ∡ ب أ جـ (لماذا؟)

ومنها: ∡ ل م ك = ...

∡ م ك ل = ∡ أ جـ ب = ٦٥° (لماذا؟)

م ل = أ ب ، ومنها: م ل = ...سم

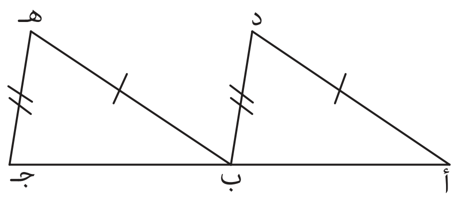
يمكن التحقُّقُ من تطابق مثلثين؛ اعتماداً على حالات تتضمّن الآتية:

الحالة الأولى: تطابُقُ مثلثيْن بثلاثة أضلاع، ويُعبَّرُ عن هذه الحالة بالرموز (ض، ض، ض).

يتطابق مثلثان إذا كانت أطوالُ الأضلاع المتناظرة في المثلثيْن متساوية.

نشاط٣:

في الشكل المجاور، إذا كان أ د = ب هـ، ب د = جـ هـ، ب منتصف $\overline{\text{أ جـ}}$ ، أبيّن أنّ المثلثين أ د ب، ب هـ جـ متطابقان.



أ د = ب هـ (معطى)

ب د = جـ هـ (معطى)

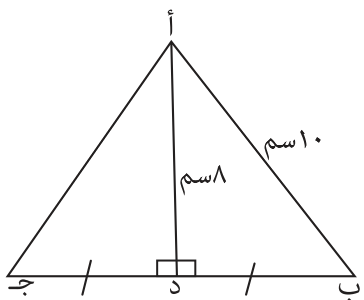
أ ب = ... (لماذا؟)

∴ يتطابق المثلثان: أ د ب، ب هـ جـ ؛ وفقاً لحالة التطابق (ض،...،...)

نشاط٤:

أ ب جـ مثلثٌ متساوي الساقيْن، فيه الضلع أ ب = ١٠سم، أُنزل عمودٌ طوله ٨سم من الرأس أ على القاعدة ب جـ، البالغ طولُها ١٢سم، أبحث في تطابق المثلثين أ د ب، أ د جـ.

أرسم شكلاً توضيحيّاً، وأضع عليه الأبعاد، كما في الشكل المجاور:



أ د ضلع مشترك.

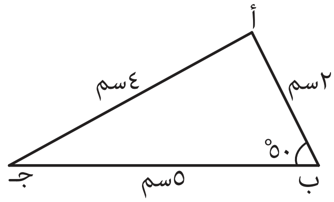
ب د = د جـ = ...سم

أجـ = ... = ...سم (لماذا؟)

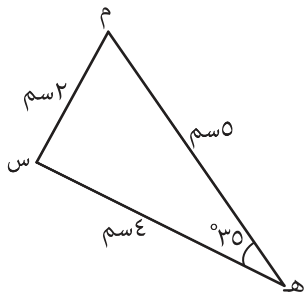
يتطابق المثلثان: أ د ب، أ د جـ ؛ وفقاً لحالة التطابق (ض، ض، ض)

أفكّرُ: هل تساوي الزوايا الثلاث المتناظرة في مثلثين يكفي لبيان تطابُق هذين المثلثين.

نشاط٥:



(قياسات منار)



(قياسات ساجدة)

رسمت كل من منار وساجدة الوجه العلوي لغطاء علبة حلوى مثلث الشكل وسجلت بعض القياسات كما في التوضيح الآتي،

أتأمل ثم أكمل:

المثلّثان: أ ب جـ، س م هـ متطابقان؛ وفقاً للحالة (...، ...، ...)

أ ب = س م   ب جـ = ...   أ جـ = ...

ومن التطابق ألاحظ أنّ:

∡ م = ∡ ب

ومنها: ∡ م = ٥٠°

∡ جـ = ∡ هـ

ومنها: ∡ جـ = ...

∡ أ = ١٨٠° − (٥٠° + ٣٥°) = ...

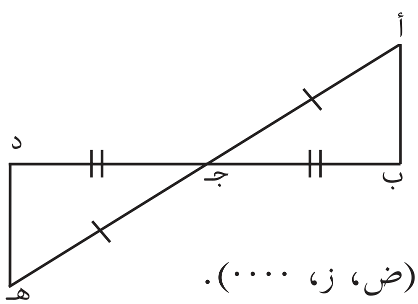
∡ س = ٩٥°   (لماذا؟)

الحالة الثانية: تطابق مثلّثين بضلعين وزاوية محصورة، ويُعبَّرُ عن هذه الحالة بالرموز: (ض، ز، ض).

يتطابق مثلّثان إذا تساوى طولا ضلعيْن في كل منها، وتساوي قياسُ الزّاوية المحصورة بين هذين الضلعيْن في كلٍّ منهما.

نشاط٦:

أتأمّل الشكل الآتي، ثم أبحث في تطابق المثلّثين: أ ب جـ، هـ د جـ.



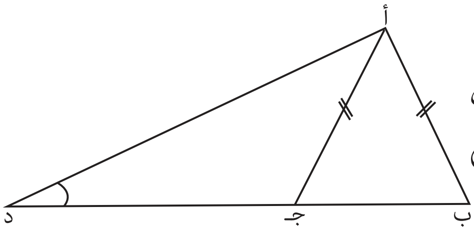
أ جـ = جـ هـ   (لماذا؟)

ب جـ = ...

∡ د جـ هـ = ∡ ب جـ أ   (لماذا؟)

∴ يتطابق المثلثان: أ ب جـ، هـ د جـ ؛ وفقاً لحالة التطابق الثانية (ض، ز، ....).

نشاط٧:



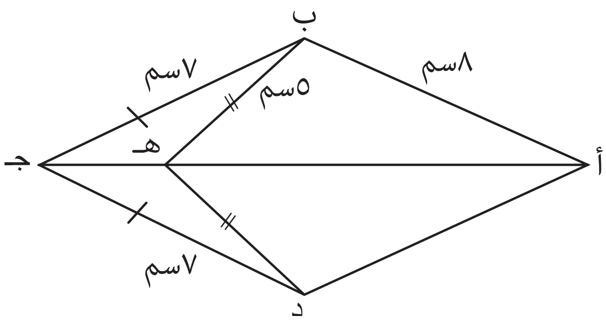
قام منجد برسم كما في الشكل المجاور، وقال أنَّ المثلثين أ جـ د، أ ب د غير متطابقين، فهل تتعارض إجابة منجد مع حالة التطابق الثانية؟ أوضح إجابتي.

أ ب = ٠٠٠٠ ، أد ضلع مشترك ، ∡ د مشتركة بين المثلثين.

ألاحظ أنه بالرغم من وجود زوج من الأضلاع المتساوية وزاوية مشتركة بين المثلثين، إلّا أن هذه الزاوية غير محصورة بين زوجي الاضلاع المتساوية في هذين المثلثين.

أي أنّ إجابة منجد لا تتعارض مع حالة التطابق الثانية.

نشاط٨:



في الشكل المجاور، إذا كان أ ب = ٨سم،

ب هـ = ٥سم، ب جـ = ٧سم، د جـ = ٧سم،

أجد: أ د، وأُوضّحُ السبب.

لإيجاد طول الضلع أ د نبحث في تطابق المثلثين أ ب جـ، أ دجـ

ب جـ = د جـ (لماذا)

أ جـ ضلع مشترك

يتطابق المثلّثان إذا كانت ∡ ب جـ أ = ∡ أ جـ د

بما أن المثلثين ب هـ جـ، د هـ جـ متطابقان؛ لأنّ:

هـ جـ ضلعٌ مشترَك، ب جـ = ٠٠٠٠ ، ب هـ = د هـ

ومن التطابق أستنتج أنّ: ∡ ب جـ هـ = ∡ د جـ هـ

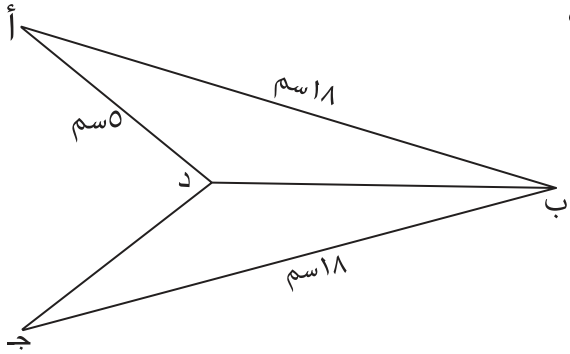
لكن ∡ ب جـ أ = ∡ ب جـ هـ ، ∡ د جـ أ = ∡ ________

∴ المثلثان أ ب جـ ، أ دجـ متطابقان بضلعيْن وزاويةٍ محصورة، ومن التطابق أستنتج أنّ:

أ ب = أ د ، ومنها: أ د = ٠٠٠٠سم

تمارين ومسائل:

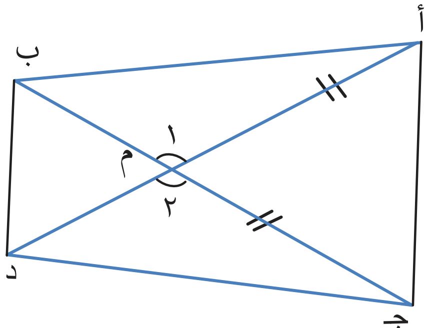
١) فـي الشـكل الآتـي، إذا علمـت أنّ ب د تُنصّـفُ الزاويـة ب:



أ) أبيّـن أنّ: المثلثيـن أ ب د، جـ ب د متطابقـان، مع توضيـح حالـة التطابـق.

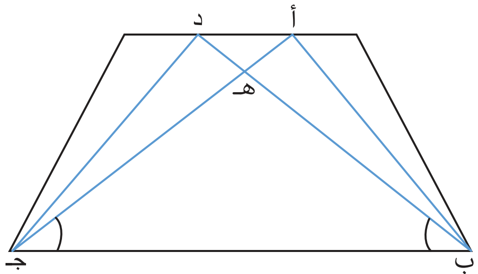
ب) أجد د جـ.

٢) صمم أدهم مخططاً لحديقة لزراعة الزهور بألوانٍ مختلفة كما في الشكل المجاور، والذي فيه أ د = جـ ب، أبيّن أن: ∡ أ ب جـ = ∡ جـ د أ في هذا التصميم.

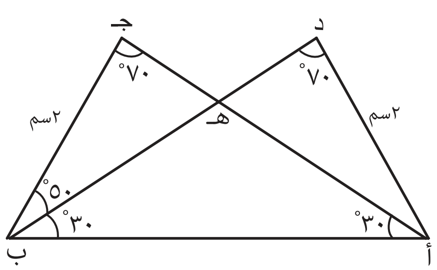


٣) في الشكل المجاور، إذا كان أ هـ = د هـ، ∡ هـ ب جـ = ∡ هـ جـ ب

أبيّن أنّ: Δ أ هـ ب ≅ Δ د هـ جـ.



٤) أتأمل الشكل المجاور، لأبيّن أن: المثلثين أ ب جـ ، ب أ د متطابقان.



٣-٤ تطابُق المثلّثات (٢)

نشاط١:

قام أشبالُ وزهراتُ كشّافةِ العودة أثناءَ رحلة بِنَصْبِ مجموعةٍ من الخيام، كما في الصورة، وأخذوا يتناقشون: هل يمكن نقلُ إطار بابِ الخيمةِ الأولى إلى إطار باب الخيمةِ الثانية، بحيث ينطبق عليه؟

س ص = هـ ي (لماذا؟)

∡ س ص ع = ∡ هـ ي و

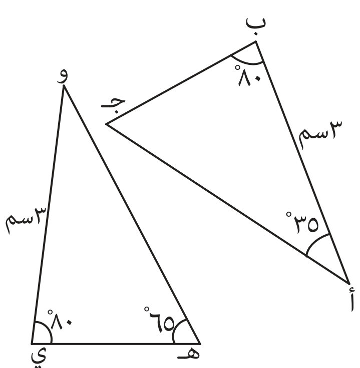
∡ ع س ص = ∡ ....، ومنها يمكن ....

فهل معرفة هذه العناصر تكفي للحكم على تطابق المثلّثين: ع س ص، و هـ ي ؟

الحالة الثالثة: تطابُقُ مثلثين بزاويتين وضلع، ويُعبَّرُ عن هذه الحالة بالرموز: (ز، ض، ز).

يتطابق مثلّثان إذا تساوى فيهما طولُ ضلعٍ، وقياسُ الزاويتيْن المرسومتيْن عند نهايتيّ ذلك الضلع.

نشاط٢:



أبحث في تطابق المثلثين: أ ب جـ، و ي هـ ، معتمداً على التمثيل المجاور:

أ ب = و ي = ...

∡ ب = ∡ ي = ...

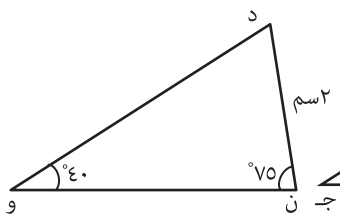
∡ و = ٣٥° (لماذا؟)

∡ و = ∡ أ = ... ولذلك يتطابق المثلثان أ ب جـ، و ي هـ؛

وفقاً للحالة (ز، ض، ز).

نشاط ٣:

تتنوع مظاهر الإهتمام بالعمارة من حيث التبليط والزخرفة أراد باسل زخرفة لوحة باستخدام مثلثات متطابقة، فهل يصلح المثلثان أ ب جـ ، د ن و الموضحة في الشكل الآتي للاستخدام في هذه الزخرفة؟



أ ب = د ن = ... سم

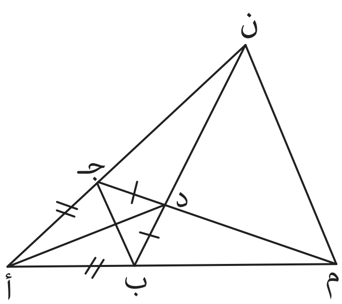
∡ أ = ∡ د = ...   (لماذا؟)

∡ ب = ∡ ن = ...

ألاحظ أن المثلثين متطابقان؛ وفقاً للحالة (...، ...، ...).

أي أنه يمكن لباسل استخدام هذين المثلثين في زخرفة اللوحة.

نشاط ٤:



أتأمّل الشكل المجاور، وأبيّن أنّ المثلثين ب د م، جـ د ن متطابقان.

المثلثان ب د م، جـ د ن فيهما:

ب د = جـ د (معطى)

∡ ب د م = ∡ جـ د ن (بالتقابل بالرأس)

لإثبات أن ∡ د ب م = ∡ د جـ ن ألاحظ أن

Δ أ ب د، Δ أ جـ د متطابقان؛ وفقاً للحالة (ض، ض، ض)

لأنّ: أ د ضلع مشترك، أ ب = ...، ب د = جـ د (معطى)

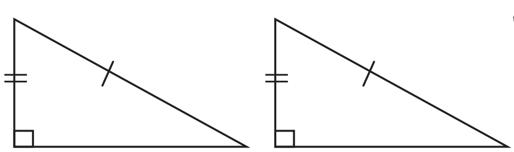
وينتج من تطابقهما أنّ: ∡ أ ب د = ∡ أ جـ د

أذن ∡ د ب م = ∡ د جـ ن (لماذا)

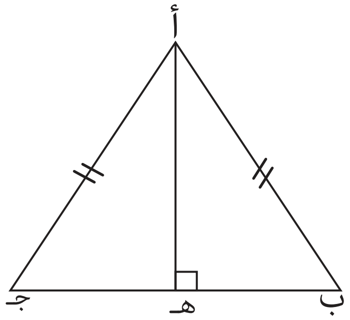
أي أن المثلثان ب د م، جـ د ن متطابقان؛ وفقاً للحالة (....، ....، ....).

الحالة الرابعة: تطابق مثلثين بوترٍ وضلعٍ وقائمة.

يتطابق مثلّثان قائما الزاوية إذا تساوى طولُ ضلعٍ ووترٍ في أحدهما مع نظائرهما في المثلّث الآخر. فهل تستطيع تفسير ذلك؟



نشاط٥:



أ ب جـ مثلث متساوي الساقين، $\overline{\text{أ هـ}}$ عمودي على $\overline{\text{ب جـ}}$.

أبحث في تطابق المثلثين أ هـ جـ، أ هـ ب.

الوتر أ ب = الوتر .... (لماذا؟)

أ هـ ضلع ....

∡ ب هـ أ = ∡ جـ هـ أ = ...

Δ أهـ جـ يطابق Δ أهـ ب؛ وفقاً لحالة التطابق الرابعة وهي: (....، ....، وقائمة).

نشاط٦:


الشكل (١)

يمتاز المسجد الأقصى المبارك بزخارفه الأخاذة بأشكال هندسية مختلفة، فإذا ضمت إحدى الزخارف مثلثات متطابقة كما في الشكل (١)، وتم اختيار مثلثين متطابقين منها كما في الشكل (٢)، أجد الآتي:

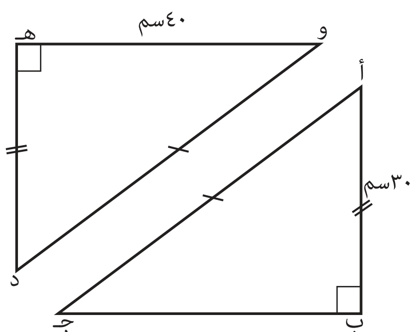
١) مساحة المثلث أ ب جـ.

٢) محيط المثلث د هـ و.

لإيجاد مساحة المثلث أ ب جـ

المثلثان أ ب جـ، د هـ و متطابقان وفقاً للحالة (....، ....، ....)

ومن التطابق ب جـ = و هـ = ... سم



الشكل (٢)

مساحة المثلث أ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ × القاعدة × الارتفاع

= $\frac{١}{٢}$ × ٤٠ × ٣٠ (لماذا؟)

= ...... سم^٢

لإيجاد محيط المثلث د هـ و :

(د و)^٢ = (د هـ)^٢ + (هـ و)^٢

(د و)^٢ = (٣٠)^٢ + (٤٠)^٢

= ٩٠٠ + ١٦٠٠ = ٢٥٠٠

ومنها د و = ... سم

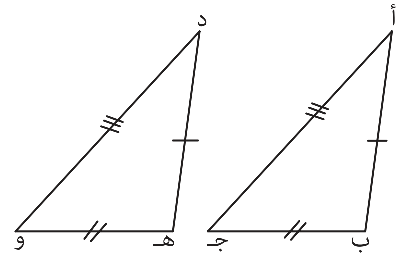
أي محيط المثلث د هـ و = ٣٠سم + ٤٠سم +٥٠سم = ١٢٠سم

أناقش: محيط المثلث أ ب جـ يساوي محيط المثلث د هـ و.

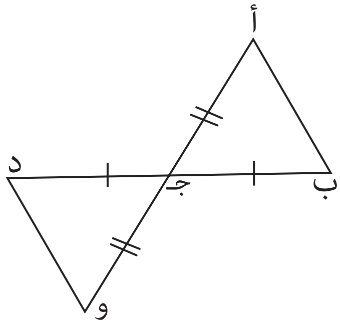
تمارين ومسائل:

١) أسمّي أزواج المثلثات المتطابقة في كلّ ممّا يأتي، وأوضّح السبب:

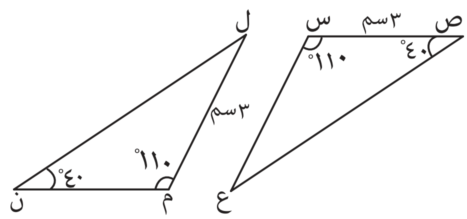
أ)



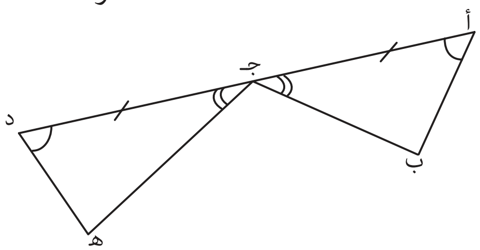
ب)



جـ)

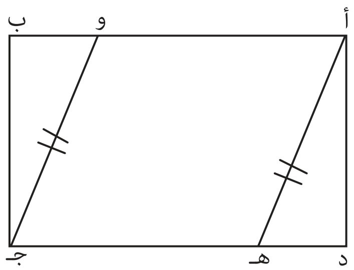


د)



٢) في الشكل المجاور: أ ب جـ د مستطيل، أ هـ = و جـ

أبيّن أنّ: د هـ = و ب.

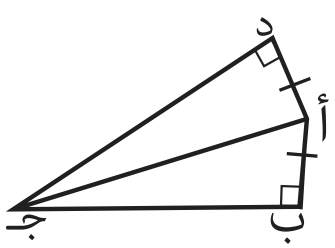


٣) رسم رامي القطع جـ د، جـ أ، جـ ب، ورسم أ ب عمود

على ب جـ، أ د عمود على د جـ، أ د = أ ب،

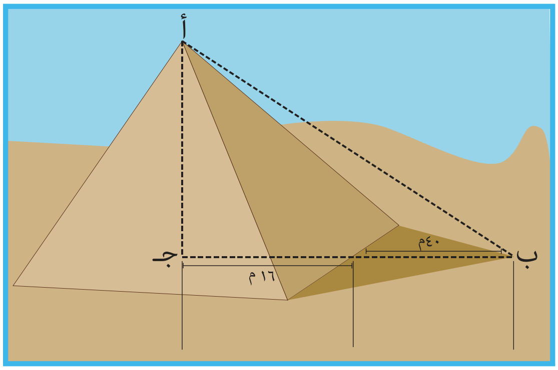
كما في الشكل المجاور، قال رامي أن جـ أ يُنصّف

∡ ب جـ د . كيف تتأكد من صحة ما قاله رامي؟

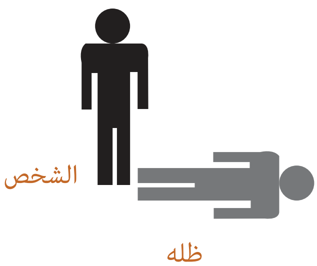


٣-٥ تشابه المثلثات

نشاط١:



تُعدُّ الأهراماتُ من عجائب الدنيا السبع، وأوّل من قاس ارتفاعَ الأهرامات قديماً الفيلسوف الإغريقي طاليس، فقد اعتمد على قياسِ طولِ ظلّهِ، وقارنَه بطول ظلّ الهرم في الوقت نفسه. فكيف يمكن توظيفُ فكرةِ طاليس لقياس ارتفاع الهرم، إذا بلغ طول شخص ١,٨م، وطول ظلّه ١,٩٢م، في الوقت الذي يكون فيه طول ظل ارتفاع الهرم ٤٠م؟ علماً بأن البعد بين مركز الهرم وحافته ١١٦م كما في الشكل المجاور.



تقوم فكرة طاليس على اعتبار أن:

$$\frac{\text{ب جـ}}{\text{طول ظل الشخص}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{طول الشخص}}$$

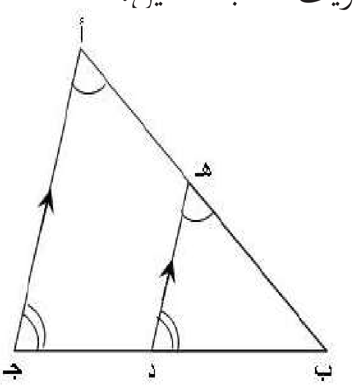
$$\frac{١٥٦}{١,٩٢} = \frac{\text{أ جـ}}{١,٨}$$ (لماذا؟)

$١٥٦ \times ١,٨ = ١,٩٢ \times$ أ جـ

ومنها: ينتجُ أنّ ارتفاعَ الهرم = ‥‥‥متراً.

اعتمد طاليس على تشابُه المثلّثات في إيجاد ارتفاع الأهرامات، فما تعريف تشابه مثلثين؟

نشاط٢:



أتأمّل الشكل المجاور، وأكمل:

١) الزاوية ب مشتركة بين المثلثين أ ب جـ ، ‥‥‥

٢) ∡ أ جـ د = ∡ هـ د ب (لماذا؟)

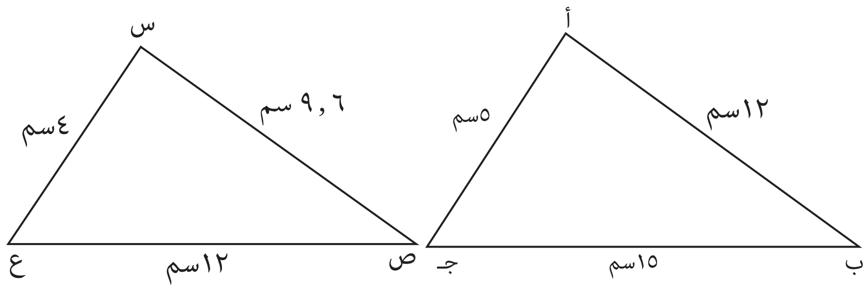
٣) ∡ ب هـ د = ∡ ب أ جـ (لماذا؟)

أيّ أنّ: الزوايا الثلاث المتناظرة متساوية؛ ولذا يقال: أنّ المثلثين هـ ب د ، أ ب جـ متشابهان، وتُكتب بالرموز: Δ هـ ب د ≈ Δ أ ب جـ، وتُقرأ (Δ هـ ب د يشابه Δ أ ب جـ).

أتعلّم: يتشابه مثلّثان إذا تساوت قياسات الزوايا المتناظرة في المثلّثين، ويرمز للتشابه بالرمز (≍).

نشاط٣:

أتأمّل المثلّثين في الشكل المجاور، وأكمل:



$$\frac{\text{أ ب}}{\text{س ص}} = \frac{١٢}{٩,٦} = \frac{٥}{٤}$$

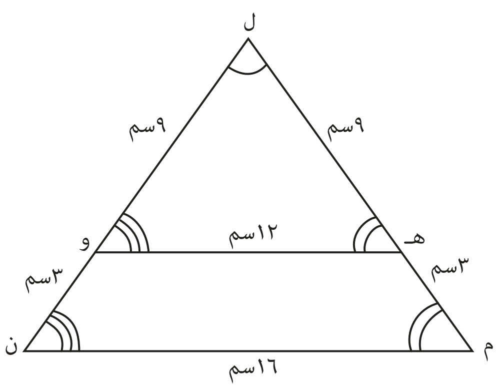
$$\frac{\text{ب جـ}}{\text{ص ع}} = \frac{١٥}{١٢} = \text{...}$$

$$\frac{\text{أ جـ}}{\text{س ع}} = \frac{٥}{\text{...}}$$

ألاحظ أنّ الأضلاع المتناظرة متناسبة (المثلث أ ب جـ تكبير للمثلث س ص ع).

أتعلّمُ: يتشابه مثلثان إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة فيهما متناسبة.

نشاط٤:



أتأمّل الشكل المجاور، وأكمل:

ألاحظ أنّ: ∡ م = ∡ هـ (لماذا؟)

∡ ن = ∡ و (لماذا؟)

∠ ل مشتركة

وبما أنّ قياسات الزوايا المتناظرة في المثلثين متساوية، فإنّ المثلثين ....

$$\frac{\text{ل م}}{\text{ل هـ}} = \frac{١٢}{٩} = \frac{...}{...}$$

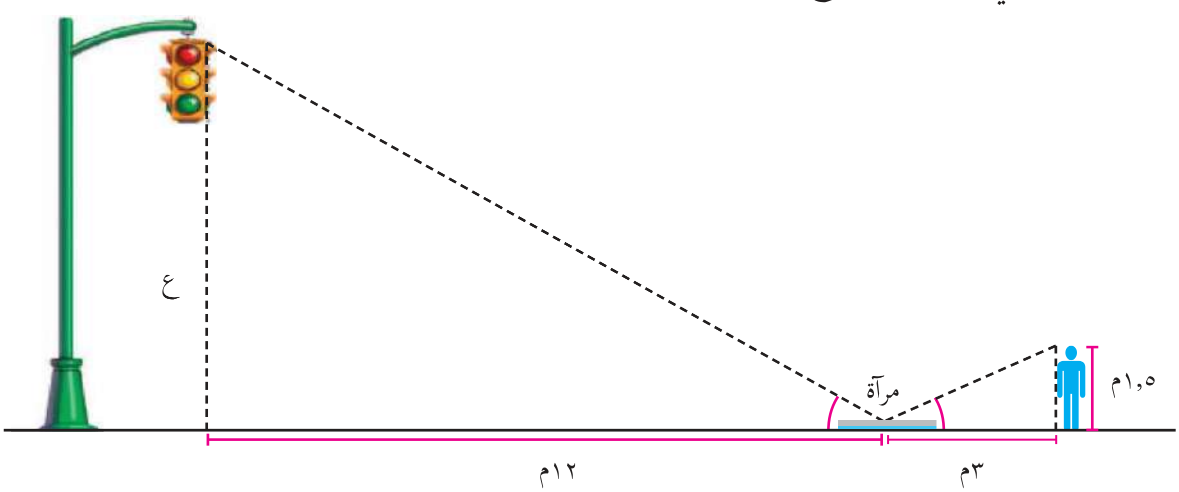
$$\frac{\text{م ن}}{\text{هـ و}} = \frac{١٦}{...} = \frac{٤}{٣}$$

$$\frac{\text{ل ن}}{\text{ل و}} = \frac{...}{٩} = \frac{٤}{...}$$

ألاحظ أيضاً أن أطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة.

نشاطه: *

أراد جهاد قياس ارتفاع إشارة المرور إعتمادا على إنعكاس الضوء، فقام بوضع مرآة مستوية بحيث تبعد ١٢م عن أسفل الإشارة و ٣م عن شخص طوله ١,٥م، كما في الشكل الآتي، أكمل طريقة جهاد في إيجاد ارتفاع إشارة المرور.



$$\frac{\text{ع}}{١,٥} = \frac{١٢}{٣}$$ (لماذا؟)

٣ع = ١٢ × ...

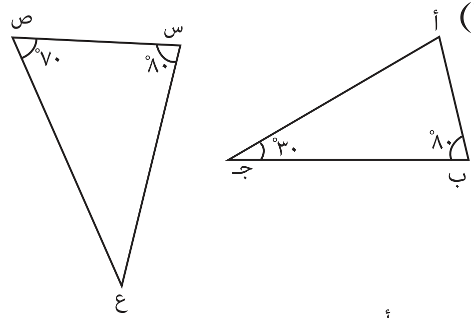
٣ع = ١٨ ومنها ع = ...م

* قياس زاوية السقوط = قياس زاوية الانعكاس.

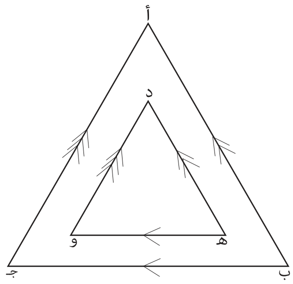
تمارين ومسائل:

١) أبيّنُ أيّ المثلثين في كلٍّ من الآتية متشابهان:

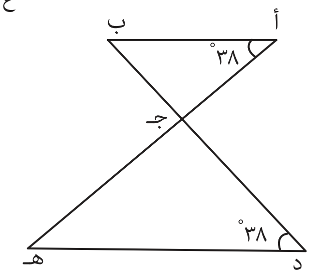
أ)



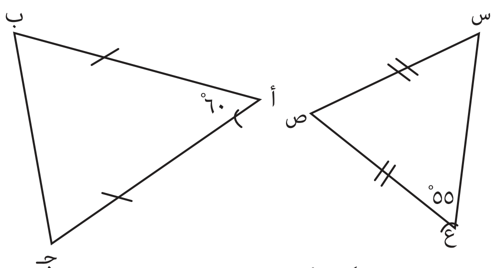
ب)



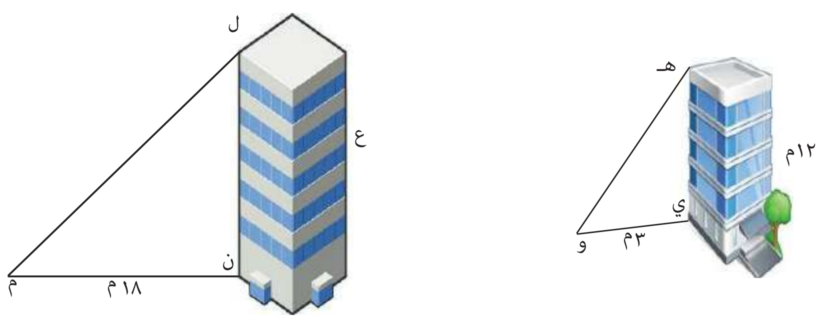
جـ)



د)

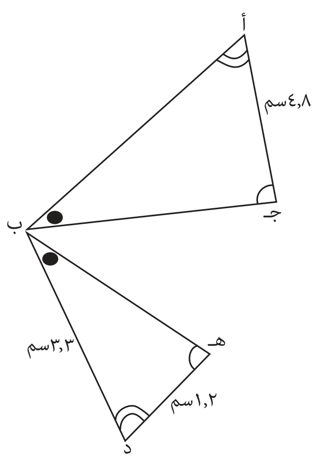


٢) أجـد ارتفـاع البنايـة (ع) معتمـداً علـى التمثيـل الآتـي، علمـاً بـأنّ المثلثيـن هـ ي و، ل ن م، متشـابهان.

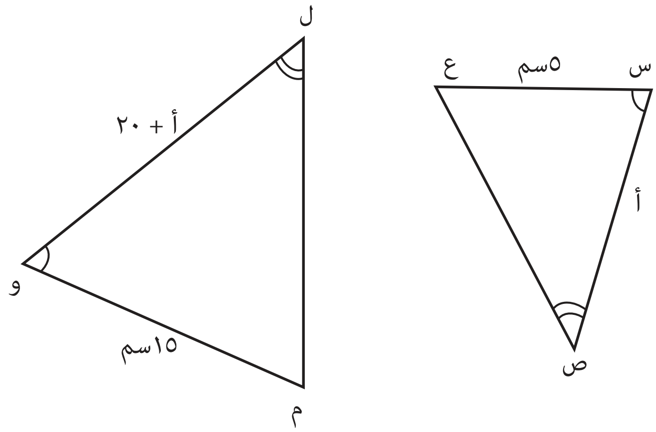


٣) في الشكل المجاور: إذا كان Δ أ ب جـ $\approxeq$ Δ د ب هـ،

أجد أ ب.



٤) يبين التمثيل المجاور المثلثين ص س ع، ل و م، فما قيمة أ علماً بأن المثلثين متشابهان؟



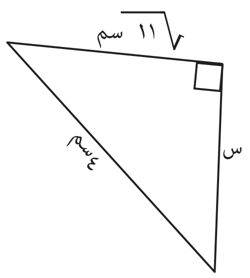
٥) مصباح إنارة مثبّتٌ على عمود، إرتفاعه ٣م عن حافّة الشارع. فإذا سار شخصٌ طولُه ١,٨م بجانب العمود، أجد كل من الآتي:

أ) طولُ ظل الشخص عندما يكون على بعد ٥م من العمود.

ب) بعد الشخص عن العمود إذا كان طولُ ظلّه ٣م.

٣-٦ تمارين عامّة

١) أضع دائرةً حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:



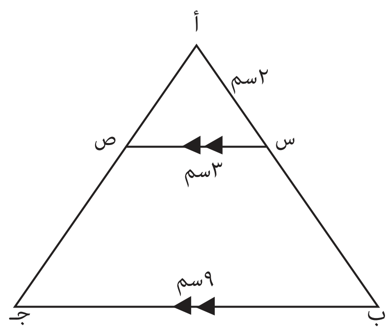
١ معتمداً على الشكل المجاور، ما قيمة س؟

أ) ٣ ب) $\sqrt{١٩}$

جـ) $\sqrt{٥}$ د) ٢

٢ أيّ المجموعات الآتية لا تمثّل أعداداً فيثاغوريّة؟

أ) (٣، ٤، ٥) ب) (٦، ٨، ١٠) جـ) (٤،١٠، ١٢) د) (١٢، ٥، ١٣)



٣ في الشكل المجاور، ما طول $\overline{\text{س ب}}$؟

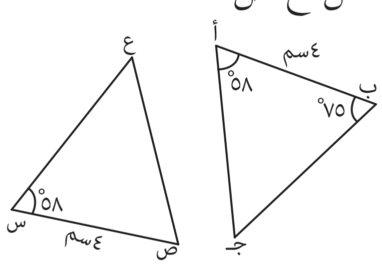
أ) ٣سم ب) ٤سم

جـ) ٦سم د) ١٢سم

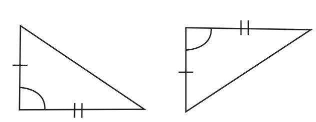
٤ إذا كان المثلّثان أ ب جـ ، س ص ع متطابقين، ما قياس الزّاوية س ع ص؟

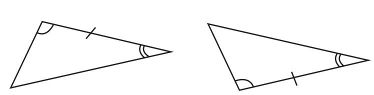
أ) °٧٥ ب) °٤٧

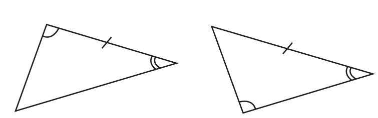
جـ) °٥٨ د) °١٣٣

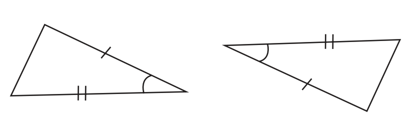


٥ أيٌّ من أزواج المثلّثات الآتية تتطابق؛ وفقاً للحالة (ز، ض، ز)؟

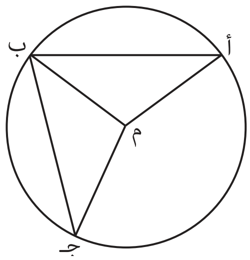
أ) 

ب) 

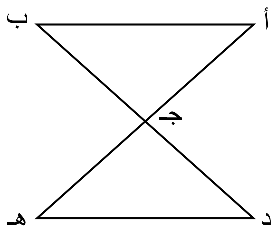
جـ) 

د) 

٢) يبيّن الشكل المجاور دائرةً مركزُها م، فيها أ ب، ب جـ وتران متساويان، أبيّن أنّ المثلثين ب م أ ، ب م جـ متطابقان.

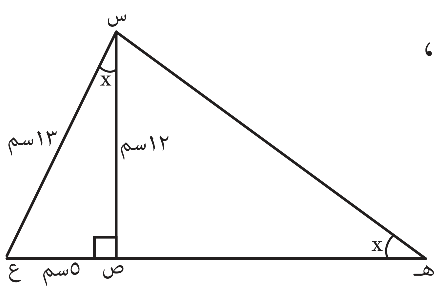


٣) في الشكل المجاور، أ ب // د هـ ، أ جـ = جـ هـ
أبيّن أنّ: أب = د هـ .

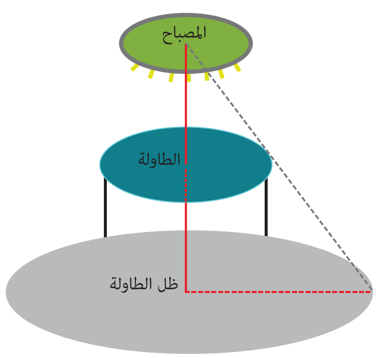


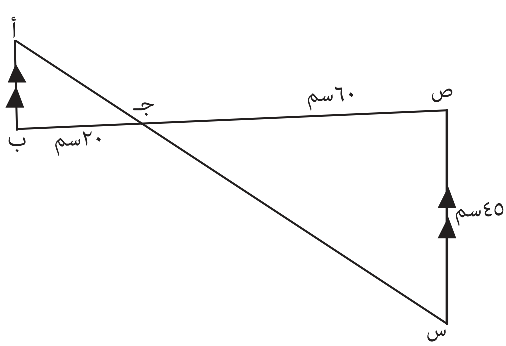
٤) أ ب جـ د مستطيل، النقطة هـ نقطة منتصف أ ب، أبيّن أنّ المثلث جـ هـ د متساوي الساقين.

٥) في الشكل المجاور، إذا كان Δ س ص ع ≅ Δ هـ ص س،
أجد س هـ ، ص هـ .



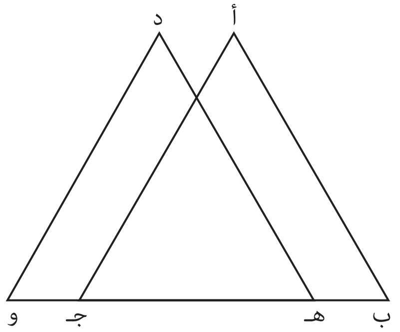
٦) علق مصباح بحيث يعلو طاولة دائرية قطرها ١م كما في الشكل المجاور، فإذا كان ارتفاع الطاولة ٠,٨م وكان ارتفاع المصباح ٢,٤م فما طول ظل الطاولة على الأرض.



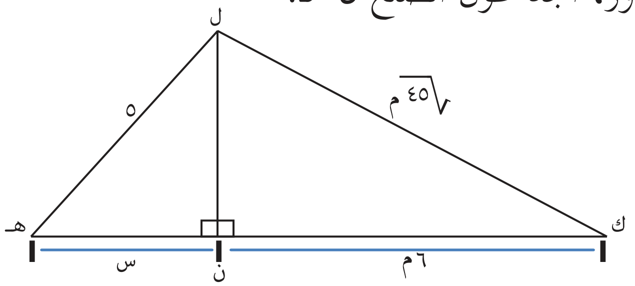


٧) معتمداً على الشكل المجاور، أجد أ ب.

٨) أتأمّل الشكل المجاور، الذي فيه: أ ب = د هـ، أ جـ = د و، ب هـ = جـ و، لأبيّن أنّ: أ ب // د هـ.



٩) تتخذ السفن الشراعية في البحر الشكل المجاور، أجد طول الضلع ن هـ.



١٠) أ ب جـ مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه ١٠سم، فما طول العمود النازل من الرأس أ على القاعدة ب جـ.

أقيم ذاتي:

أعبر بلغتي عن أهم المهارات التي تعلمتها في هذه الوحدة.

مشروع الوحدة:

من الضروري أن تنفذ الإنشاءات والمباني بدرجة عالية من الدقة.

أتعاون مع زملائي في المجموعة في التحقّق من دقّة بناءِ معالمَ مهمّة في المدرسة، من حيث كونها عموديّة على مستوى ساحات المدرسة (جدار ، بعض واجهات المبنى،...)؛ معتمداً على الخبرات التي تعلمتها في الوحدة.

روابط الكترونية:

http://www.mathopenref.com/congruenttriangles.html
https://www.mathsisfun.com/geometry/triangles-similar.html
www.mohe.ps/pcdc.html

الإِحْصاء

الوحدة

٤

أَتأمَّلُ الصّورة، وأَبْحَثُ عن طرق مختلفة لتمثيل بعض الأشكال الهندسيّة الّتي تتضمّنها، وَفْقاً لتَكْرارِ ظهورها في الصّورة.

يتوقع من الطلبة بعد الإنتهاء من دراسة هذه الوحدة والتفاعل مع أنشطتها أن يكونوا قادرين على توظيف تمثيل البيانات ومقاييس التشتت في الحياة العمليّة من خلال الآتي:

١- إيجاد زاوية قطاع دائريّ معلوم.

٢- تمثيل البيانات بطريقة القطاعات الدّائرية.

٣- تمثيل البيانات بطريقتَي المُضَلَّع التَّكْراري والمُنْحَنى التَّكْراريّ.

٤- تَعَرُّف مفهوم التَّشَتُّت.

٥- إيجاد بعض مقاييس التَّشَتُّت لبيانات مفردة.

٦- توظيف مقاييس التَّشَتُّت في سياقات حياتيّة.

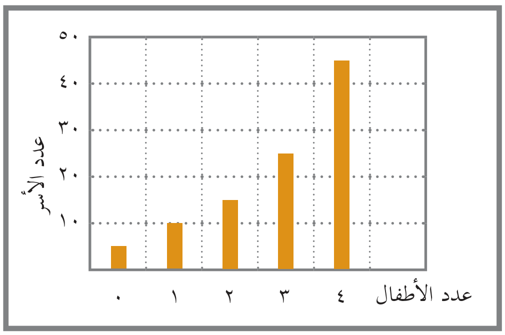
٤-١ تمثيل البيانات بطريقة القطاعات الدّائريّة

نشاط ١:

بلغ معدل خصوبة المرأة الفِلَسْطينيّة عام ٢٠١٤م (٣,٢) مولوداً، فإذا سجّل إحصائيّ عدد الأطفال لدى مجموعةٍ من الأُسَر، فكانت كما في الجدول الآتي:

عدد الأطفال	٠	١	٢	٣	٤
عدد الأُسَر	٥	١٠	١٥	٢٥	٤٥

فكيف تُمَثَّلُ هذه البيانات بطريقة الأعمدة؟

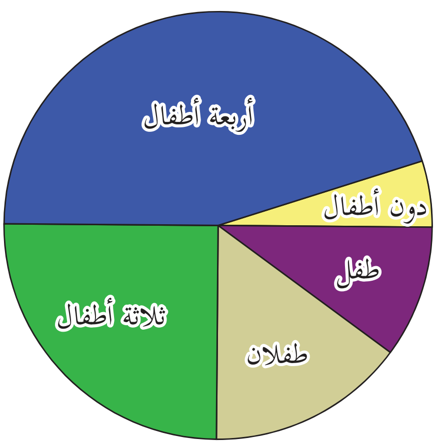


أَرْسُمُ خَطَّيْنِ متعامديْنِ، وأَضَعُ على الخطّ الأفقيّ عدد الأطفال، فيما أَضَعُ على الخطّ العموديّ عدد الأُسَر، وبإنشاء أعمدة يُمَثِّلُ ارتفاعُها عددَ الأُسَر، يَنْتُج التّمثيل المجاور:

أُلاحِظُ أنَّ مجموع التَّكْرارات = ...

وأنه يمكن اعتبارُ عدد الأسر هو التَّكْرار.

يمكن تمثيل البيانات بطريقة أُخرى تُسَمّى طريقةَ القطاعاتِ الدّائريّة، كما في الشّكل المجاور، وَتُمَثِّلُ فيها الدّائرةُ الكاملة جميع التَّكْرارات، فما القطاع الدّائريّ؟ وما زاوية القطاع الدّائريّ؟



نشاط٢:

أتأمَّلُ البياناتِ الآتيةَ وتمثيلَها المجاورَ بطريقة القطاعات الدّائريّة:

الكلية	العدد
الهندسة	١٢٠
العلوم	١٨٠
الآداب	٢٤٠
التجارة	١٨٠

أُلاحِظُ أنَّ زاوية قطاع طلبة الهندسة = ٦٠° ، وأن $\frac{١٢٠}{٧٢٠}$ × ٣٦٠° = ٦٠°

وبالمثل زاوية قطاع طلبة العلوم = ٩٠° ، وأن $\frac{١٨٠}{٧٢٠}$ × ٣٦٠° = ...

وزاوية قطاع طلبة الآداب = ١٢٠° ، وأن $\frac{٢٤٠}{٧٢٠}$ × ... = ...

وزاوية قطاع طلبة التجارة = ٩٠° ، وأن $\frac{...}{...}$ × ... = ...

أَتَعَلَّم: القطاع الدائري هو الجزء المحصور بين نصفي قطرين وقوس في دائرة.

زاوية القطاع الدائري = $\frac{\text{عدد عناصر القطاع × ٣٦٠°}}{\text{العدد الكلي}}$

مجموع زوايا القطاعات الدائرية لجميع البيانات = ٣٦٠°

نشاط٣:

أتأمَّل الجدول الآتي الذي يبين عدد صناديق محاصيل بعض الفواكهة، ثم أُمَثِّلُ البياناتِ الواردةَ في الجدولِ بطريقة القطاعات الدّائريّة:

الفاكهة	التفاح	البلح	الموز	الإجاص	الفراولة
العدد	٦٠	٦٠	٥٠	٤٠	٣٠

أَجِدُ زوايا القطاعات الدّائريّة الخمس:

زاوية قطاع التفاح = $\frac{٦٠}{٢٤٠}$ × ٣٦٠° = ٩٠°

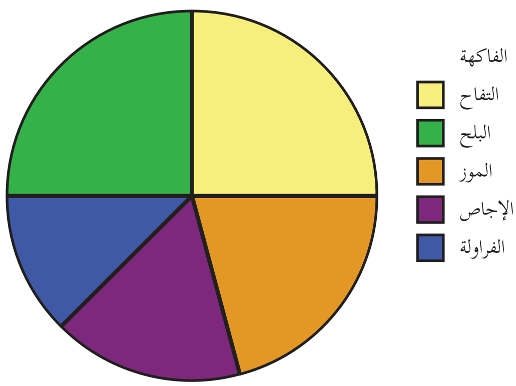
زاوية قطاع البلح = ٩٠°   (لماذا؟)

زاوية قطاع الموز = $\frac{٥٠}{٢٤٠}$ × ٣٦٠° = ٧٥°

زاوية قطاع الإجاص = $\frac{٤٠}{...}$ × ٣٦٠° = ٦٠°

زاوية قطاع الفروالة = $\frac{...}{٢٤٠}$ × ... = ...

أَرْسُمُ دائرةً، وَأُبْرِزُ فيها القطاعاتِ الخَمْس، كما في الشّكل المجاور:



نشاط٤:

تضمّ مدرسة ٣ صفوف دراسيّة، ويبلغ عدد الطالبات فيها (٢٤٠) طالبة، فإذا كانت زاوية قطاع الصَّفّ الثّاني عشر ٩٠°، وزاوية قطاع الصَّفّ العاشر ١٥٠°، أجد عدد طالبات الصف الحادي عشر .

زاوية قطاع الصَّفّ الحادي عشر = ٣٦٠° - (١٥٠° + ٩٠°)

= ......

ومنها:

زاوية القطاع الدّائريّ = $\frac{\text{عدد عناصر القطاع}}{\text{العدد الكُلّيّ}}$ × ٣٦٠°

ومنها: ١٢٠° = $\frac{\text{عدد طالبات الصَّفّ الحادي عشر}}{٢٤٠}$ × ٣٦٠°

عدد طالبات الصَّفّ الحادي عشر × ٣٦٠° = ١٢٠° × ٢٤٠

عدد طالبات الصَّفّ الحادي عشر = ...

تَمارينُ وَمَسائِل:

١) أَجِدُ زوايا القطاعات الدّائريّة الّتي تمثل أعداد مراجعي دائرة حكوميّة، معتمداً على البيانات الواردة في الجدول الآتي:

اليوم	الأحد	الإثنين	الثلاثاء	الأربعاء
أعداد المراجعين	٩٠	١٢٠	٣٠	٦٠

٢) أتأمَّلُ البيانات الآتية الّتي تمثل عدد الأنشطة الّتي رَعَتْها مؤسّسة شبابيّة خلال ٦ أشهر، ثم أُمَثِّلُها بطريقة القطاعات الدّائريّة:

نوع النّشاط	رياضيّ	ثقافيّ	اجتماعيّ	تعليميّ	فنِّيّ
العدد	١٠	٤	٦	٨	٢

٣) بلغ عدد مشجعي فريق كرة قدم في خمس مباريات ٤٨٠٠ متفرج، فإذا مُثِّلت أعدادُ مشجعي الفريق في المباريات الخمس بطريقة القطاعات الدّائريّة، فكانت زاوية القطاع الّذي يُمَثِّلُ عدد مشجعي الفريق في المباراة الرابعة تساوي ١٢٠°، فما عدد مشجعي الفريق في تلك المباراة؟

٤) عندَ تمثيل أعداد زائري حديقة حيوان خلال أسبوع، وُجِدَ أنّ زاوية القطاع الدّائريّ الّذي يُمَثِّلُ عدد زوار الحديقة في اليوم الثالث ٦٠°، وعدد زائري الحديقة في ذلك اليوم ٢٠٠ شخص، فما عدد زوّار الحديقة في ذلك الأسبوع؟

٢-٤ مقاييس التَّشَتُّت

نشاط ١:

يُعَدُّ قطاعُ الصّيدِ في غَزَّةَ من القطاعاتِ الاقتصاديّةِ البالغةِ الأهمِّيَّةِ؛ إذ يُشَغِلُ أعداداً كبيرةً من الصَّيّادينَ، وَالمهنِ المُساندة. أتأمَّلُ كمِّيّاتِ الصَّيْدِ في الجدولِ الآتي، والّتي جمعَها صيادانِ خلالَ خمسةِ أيّامٍ بالكغم، ثُمَّ أُكْمِل:

الصَّيّادُ الأوّل	١٥	١٥	٢٥	١٠	٣٥
الصَّيّادُ الثّاني	٠	١٠	٤٠	٣٠	٢٠

الوسط الحسابيّ لكمِّيّات صيد الأوّل = $\frac{١٥ + ١٥ + ٢٥ + ١٠ + ٣٥}{٥}$ = ... كغم

الوسط الحسابيّ لكمِّيّات صيد الثّاني = $\frac{٠ + ١٠ + ٤٠ + ٣٠ + ٢٠}{٥}$ = ...كغم (ماذا تلاحظ؟)

أُلاحِظُ أنّه على الرّغم من تساوي الوسط الحسابيّ لكمِّيّات الصّيد لكلا الصّيادَيْن، إلّا أنّ كمِّيّاتِ صيدِ الأوّلِ أقلُّ تباعداً.

يقاسُ تباعدُ (تَشَتُّتُ) أيِّ مجموعةٍ مِنَ البياناتِ بِمقاييسَ خاصَّةٍ تُسَمّى مقاييسَ التَّشَتُّت، ومن هذه المقاييس المدى، والتّبايُنُ، والانحرافُ المِعْيارِيّ.

نشاط ٢:

يبين الجدول الآتي استهلاك النِّفْطِ يوميّاً في بعض الدُّوَلِ والمناطقِ لأقربِ مِلْيونِ بِرْميلٍ في عام ٢٠١٦.

الدولة/ المنطقة	الاستهلاك اليوميّ
الولايات المتّحدة	٢٤
كوريا الجنوبيّة	٧
البرازيل	٣
الصّين	١١
اليابان	٥
الشّرقُ الأوسط	٩

أعلى استهلاك للنفط = ٢٤ مليون برميل/يوم

أدنى استهلاك للنفط = ...

الفرق بين أعلى استهلاك وأدنى استهلاك = ٢٤ - ...

= ... مليوناً

أَتَعَلَّم: مدى البيانات = أكبر قيمة في البيانات - أصغر قيمة في البيانات.

نشاط٣:

أُكْمِلُ إيجاد المدى لِكُلٍّ من المجموعاتِ الآتية:

إذا كانت مجموعةُ القيم ٢٠، ٧، ٣ ، ٥، ٩، فإنَّ المدى = ٢٠ - ٣ = ١٧

إذا كانت مجموعةُ القيم -١، ١، ٢، ٨، ٥، فإنّ المدى = ... - -١ = ...

إذا كانت مجموعةُ القيم ٥، ٥ ،٥، ٥، ٥، فإنّ المدى = ... - ... = ...

يعتمدُ المدى على بعض القيم، ويُهْمِلُ في الغالب كثيراً منها، وَيَكْثُرُ استخدامُهُ عند الإعلانِ عن حالاتِ الطَّقْسِ، مَثْل درجاتِ الحرارةِ والرُّطوبة، ولكن في كثير من الأحيان، لا يَصِفُ المدى مقدارَ تَشَتُّتِ البياناتِ بدرجةٍ مناسبة.

أُفَكِّر: هل يمكن أن يكون مدى البيانات سالباً؟ (أُفسر إجابتي).

نشاط٤:

أتأمَّل القيمَ الآتية، وأَجِدُ المدى لِكُلٍّ منها:

إذا كانت مجموعةُ القيم ٢، ٦، ٩، ١٣، ١٨، ٢٠، فإنّ المدى = ٢٠ - ... = ١٨

إذا كانت مجموعةُ القيم ٢، ٣، ٣، ١٩، ٢٠، ٢٠، فإنّ المدى = ٢٠ - ... = ...

أُلاحِظُ أنَّ قيمة المدى متساويةٌ للمجموعتيْن، إلّا أنَّهُ من الواضح أنَّ تَشَتُّتَ قيمِ المجموعة الثّانية أكبر، وبالتّالي، لا بدّ من مقاييسَ أُخرى أكثرَ دِقّة، ومن هذه المقاييس التَّبايُنُ، والانحراف المعياريّ.

تعريف: يُعرف التباين بأنه مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي مقسوماً على عدد القيم ويرمز له بالرمز σ^2

ومنها التباين = $\sigma^2 = \frac{\sum (س - \overline{س})^2}{ن}$ ويمكن حسابه من الصيغة.

$$\sigma^2 = \frac{\sum س^2 - ن(\overline{س})^2}{ن}$$

يُعرف الانحرّاف المعياريّ (σ) بأنه الجذر التربيعي للتباين.

نشاط٥:

أَجِدُ التباين والانحراف المعياري للقيم الآتية: ٠، ١ ، ٢ ، ٣، ٤

أَرْمِزُ للقيم بالرّمز س، وأكوّنُ جدولاً مناسباً، ثُمَّ أُكْمِل:

القيمة س	٠	١	٢	٣	٤	$\sum$ س = ...
س^{٢}	٠	١	٤	٩	١٦	$\sum$ س^{٢} =

$\bar{\text{س}}$ = $\frac{\sum \text{س}}{\text{ن}}$ = $\frac{١٠}{٥}$ = ... ، ن = ...

$\sigma^{٢}$ = $\frac{\sum \text{س}^{٢} - \text{ن}(\bar{\text{س}})^{٢}}{\text{ن}}$

= $\frac{٣٠-٥(٢)^{٢}}{٥}$

= $\frac{٣٠ - ...}{٥}$

= $\frac{...}{٥}$

= ٢ ، ومنها الانحراف المعياريّ = ...   (لماذا؟)

نشاط٦:

عند إيجاد الانحراف المعياريّ لثمانٍ من قيم س، وُجِدَ أنّ $\sum$ س = ٢٤

وأَنَّ $\sum$ س^{٢} = ٨٠، أُكْمِلُ إيجاد الانحراف المعياريّ لهذه القيم.

$\bar{\text{س}}$ = $\frac{\sum \text{س}}{\text{ن}}$ = $\frac{٢٤}{٨}$ = ... ، ن = ...

التَّبايُن = $\frac{\sum \text{س}^{٢} - \text{ن}\ (\bar{\text{س}})^{٢}}{\text{ن}}$

= $\frac{٨٠ - ٨(٣)^{٢}}{...}$

= $\frac{٨٠ - ...}{٨}$

= $\frac{...}{٨}$ = ...

ومنها: الانحراف المعياريّ = ...   (لماذا؟)

نشاط٧:

سُجِّلَتْ عددُ سنواتِ الخبرةِ لدى طاقَمِ روضةِ أطفال، فكانت على النَّحْوِ الآتي:

١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧.

أَجِدُ المدى، والانحراف المعياريّ لعدد سنوات الخبرة هذه.

أَرْمِزُ للقيم بالرمز س، وأكوّنُ جدولاً مناسباً، ثُمَّ أُكْمِل:

س	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	$\sum$س = ...
$\text{س}^{٢}$	١	...	٩	١٦	...	...	٤٩	$\sum \text{س}^{٢}$ = ١٤٠

المدى = ٧ − .... = ٦ سنوات خبرة

$$\bar{\text{س}} = \frac{\sum \text{س}}{\text{ن}} = \frac{٢٨}{...} = ٤$$

$$\text{التَّبايُن} = \frac{\sum \text{س}^{٢} - \text{ن}\ (\bar{\text{س}})^{٢}}{\text{ن}}$$

$$= \frac{١٤٠ - ٧(٤)^{٢}}{٧}$$

$$= \frac{١٤٠ - ١١٢}{٧}$$

$$= \frac{...}{٧}$$

= ٤ سنوات خبرة، ومنها: الانحراف المعياريّ = ٢ (لماذا؟)

أُلاحِظُ أنَّ التَّبايُن والانحراف المعياريّ يأخذان في الاعتبار جميع القيم، ويعطيان وصفاً أدقّ لتَشَتُّت البيانات، ولذا فهي من أكثر مقاييس التَشَتُّت استخداماً.

أناقش: لا يمكنُ أن يكونَ التَّبايُن سالباً.

تَمارينُ وَمَسائِل:

١) أ) إذا كان مدى ١٠ قيم يساوي ١٣، وكان أصغر هذه القيم = -٦، فما أكبر هذه القيم؟

ب) إذا كان مدى ١٥ قيمة يساوي ٩، وكان أكبر هذه القيم يساوي ٥، فما أصغر هذه القيم؟

٢) قام راصد جوي بتسجيل سرعة الرياح لمدة ٨ أيام في فصل الصيف، فكانت كالآتي:
٤، ٩، ٥، ٤، ٦، ٨، ٧، ٥، أَجِدُ المدى، والانحراف المعياريّ لسرعة الرياح.

٣) عند إيجاد التَّبايُن لثمانٍ من قيم س، وُجِدَ أنّ $\sum$ س = ٣٢، وأنّ $\sum$ س^{٢} = ١٤٤، أُكْمِلُ إيجاد التَّبايُن، والانحراف المعياريّ لهذه القيم.

٤) تبلغُ أعمار عدد من الموظفين في دائرة حكوميّة ٢٨، ٣٤، ٤٦، ٥٠، ٣٢، أَجِدُ المدى، والتَّبايُن، والانحراف المعياريّ لأعمار هؤلاء الموظفين؟

٥) أَكْتُبُ مثالاً على كُلٍّ ممّا يأتي:

أ) مجموعتين من القيم لها المدى نفسه.

ب) خمس قيم مداها يساوي ٢٠.

جـ) ستّ قيم مداها وتباينها يساوي صفراً.

٤-٣ تمارين عامّة

١) أضع دائرة حول الإجابة الصحيحة:

١ تقدم ٦٠ طالباً لامتحان باللّغة الانجليزيّة، فإذا حصل ١٢ طالباً على علامة كاملة، فما زاوية القطاع الدّائريّ الذي يمثّل عدد الطَّلَبَة الذين حصلوا على العلامة الكاملة في الامتحان؟

أ) ٦٠° ب) ٦٦° جـ) ٧٢° د) ٩٠°

٢ ما مدى القيم ٦ ، ٦ ، ٦، ٦، ٦، ٦ ؟

أ) ٦ ب) ٣ جـ) ١ د) صفر

٣ ما القيمة الّتي لا يمكن أن تُمَثِّلَ التَّبايُنَ لـ ١٠ قيم؟

أ) ١٠ ب) ١ جـ) صفر د) -٣

٤ إذا كان تباين ٩ قيم يساوي ٤، فما قيمة انحرافها المعياري؟

أ) ٣ ب) ٢ جـ) ١٦ د) ٨١

٥ أيٌّ من الآتية يُعَدُّ أقلَّ مقاييسِ التَشَتُّتِ دِقَّة؟

أ) الوسط الحسابيّ. ب) المدى. جـ) الانحراف المعياريّ. د) التَّبايُن.

٢) يُبَيِّنُ الجدول المجاور توزيع ١٦٠٠ ناخباً، موزعينَ على أربعِ دوائرَ انتخابيَّة، أَجِدُ زاويةَ القطاع الدّائريّ الّذي يُمَثِّلُ عدد النّاخبينَ في الدّائرتَيْنِ الأوّلى والثّالثة؟

الدائرة	عدد الناخبين
الأوّلى	٣٠٠
الثّانية	٣٥٠
الثّالثة	٤٥٠
الرّابعة	٥٠٠

٣) أُمَثِّلُ بطريقة القطاعات الدائرية آراء ١٥٠ شخصاً حول الوجبة الشّعبيّة المفضّلة لديهم (الاختيار لوجبة واحدة فقط) الواردة في الجدول المجاور.

الوجبة	عددُ الَّذينَ يفضّلونها
المسخّن	٦٠
المَقْلوبة	٣٠
المَنْسَف	٤٠
المَفْتول	٢٠

٤) عند إيجاد التَّبايُن لستٍّ من قيم س، وُجِدَ أن $\sum$ س = ٦٠ وأنّ $\sum$ س^{٢} = ٧٢٤، أَجِدُ التَّبايُن، والانحراف المعياريّ لهذه القيم.

٥) سُجِّلَتْ درجاتُ الحرارةِ الصُّغرى خِلالَ سِتَّةِ أيّام، فكانت كما يأتي: ٦، ٣ ، ٢، ١ ، -٢ ، -٤
أَجِدُ كُلّاً من الآتي: أ) المدى. ب) التَّبايُن. جـ) الانحراف المعياريّ.

٦) إذا كان تباين مجموعة من القيم يساوي ٢٥، وكان وسطها الحسابي يزيد عن انحرافها المعياري بمقدار ٦٠، فما الوسط الحسابي لهذه القيم؟

٧) أقيّم ذاتي: أكمل الجدول الآتي:

المهارة	مرتفع	متوسط	دون المتوسط
إيجاد زاوية قطاع دائريّ معلوم.			
تمثيل البيانات بطريقة القطاعات الدّائرية.			
إيجاد بعض مقاييس التَّشَتُّت لبيانات مفردة.			

مشروع الوحدة:

يُعاني بعضُ النّاسِ من نُقصانِ الكتلة، فيما يُعاني البعضُ الآخرُ من زيادةِ الكتلة، تقومُ كُلُّ مجموعةٍ بتدوينِ الكُتْلَةِ للراغبين من أفرادها، ثُمَّ تَجِدُ مقاييسَ التَشَتُّتِ الثلاثةِ لهذِهِ الكتل، وتُقارِنُ بينَها، وتقييمها لدرجة تَشَتُّت هذه الكتل.

روابط الكترونية: http://math.tutorvista.com/statistics/graphical-representation-of-data.html

المشروع

المشروع: شكل من أشكال منهج النشاط؛ يقوم الطلبة (أفراداً أو مجموعات) بسلسلة من ألوان النشاط التي يتمكنون خلالها من تحقيق أهداف ذات أهمية للقائمين بالمشروع.

ويمكن تعريفه على أنه: سلسلة من النشاط الذي يقوم به الفرد أو الجماعة لتحقيق أغراض واضحة ومحددة في محيط اجتماعي برغبة ودافعية.

ميزات المشروع:

١. قد يمتد زمن تنفيذ المشروع لمدة طويلة ولا يتم دفعة واحدة.

٢. ينفّذه فرد أو جماعة.

٣. يرمي إلى تحقيق أهداف ذات معنى للقائمين بالتنفيذ.

٤. لا يقتصر على البيئة المدرسية وإنما يمتد إلى بيئة الطلبة لمنحهم فرصة التفاعل مع البيئة وفهمها.

٥. يستجيب المشروع لميول الطلبة وحاجاتهم ويثير دافعيّتهم ورغبتهم بالعمل.

خطوات المشروع:

- **أولاً: اختيار المشروع: يشترط في اختيار المشروع ما يأتي:**

١. أن يتماشى مع ميول الطلبة ويشبع حاجاتهم.

٢. أن يوفّر فرصة للطلبة للمرور بخبرات متنوعة.

٣. أن يرتبط بواقع حياة الطلبة ويكسر الفجوة بين المدرسة والمجتمع.

٤. أن تكون المشروعات متنوعة ومترابطة وتكمل بعضها البعض ومتوازنة، لا تغلّب مجالاً على الآخر.

٥. أن يتلاءم المشروع مع إمكانات المدرسة وقدرات الطلبة والفئة العمرية.

٦. أن يُخطّط له مسبقاً.

• **ثانياً: وضع خطة المشروع:**

يتم وضع الخطة تحت إشراف المعلم حيث يمكن له أن يتدخّل لتصويب أي خطأ يقع فيه الطلبة.

يقتضي وضع الخطة الآتية:

١. تحديد الأهداف بشكل واضح.

٢. تحديد مستلزمات تنفيذ المشروع، وطرق الحصول عليها.

٣. تحديد خطوات سير المشروع.

٤. تحديد الأنشطة اللازمة لتنفيذ المشروع، (شريطة أن يشترك جميع أفراد المجموعة في المشروع من خلال المناقشة والحوار وإبداء الرأي، بإشراف وتوجيه المعلم).

٥. تحديد دور كل فرد في المجموعة، ودور المجموعة بشكل كلّي.

• **ثالثاً: تنفيذ المشروع:**

مرحلة تنفيذ المشروع فرصة لاكتساب الخبرات بالممارسة العملية، وتعدّ مرحلة ممتعة ومثيرة لما توفّره من الحرية، والتخلص من قيود الصف، وشعور الطالب بذاته وقدرته على الإنجاز حيث يكون إيجابياً متفاعلاً خلّاقاً مبدعاً، ليس المهم الوصول إلى النتائج بقدر ما يكتسبه الطلبة من خبرات ومعلومات ومهارات وعادات ذات فائدة تنعكس على حياتهم العامة.

دور المعلم:

١. متابعة الطلبة وتوجيههم دون تدخّل.

٢. إتاحة الفرصة للطلبة للتعلّم بالأخطاء.

٣. الابتعاد عن التوتّر مما يقع فيه الطلبة من أخطاء.

٤. التدخّل الذكي كلما لزم الأمر.

دور الطلبة:

١. القيام بالعمل بأنفسهم.

٢. تسجيل النتائج التي يتم التوصل إليها.

٣. تدوين الملاحظات التي تحتاج إلى مناقشة عامة.

٤. تدوين المشكلات الطارئة (غير المتوقعة سابقاً).

- **رابعاً: تقويم المشروع: يتضمن تقويم المشروع الآتي:**

١. الأهداف التي وضع المشروع من أجلها، ما تم تحقيقه، المستوى الذي تحقّق لكل هدف، العوائق في تحقيق الأهداف إن وجدت وكيفية مواجهة تلك العوائق.

٢. الخطة من حيث وقتها، التعديلات التي جرت على الخطة أثناء التنفيذ، التقيّد بالوقت المحّدد للتنفيذ، ومرونة الخطة.

٣. الأنشطة التي قام بها الطلبة من حيث، تنوّعها، إقبال الطلبة عليها، توافر الإمكانات اللازمة، التقيد بالوقت المحدد.

٤. تجاوب الطلبة مع المشروع من حيث، الإقبال على تنفيذه بدافعيّة، التعاون في عملية التنفيذ، الشعور بالارتياح، إسهام المشروع في تنمية اتجاهات جديدة لدى الطلبة.

يقوم المعلم بكتابة تقرير تقويمي شامل عن المشروع من حيث:

- أهداف المشروع وما تحقّق منها.
- الخطة وما طرأ عليها من تعديل.
- الأنشطة التي قام بها الطلبة.
- المشكلات التي واجهت الطلبة عند التنفيذ.
- المدة التى استغرقها تنفيذ المشروع.
- الاقتراحات اللازمة لتحسين المشروع.

المراجع

فريديريك بل (1986):طرق تدريس الرياضيات:الجزء الثاني؛ (ترجمة محمد المفتي و ممدوح سليمان). قبرص:الدار العربية للنشر والتوزي

اللحام ، أنور (1990): الجبر ، ط4 ، مطبعة دار الكتاب ، دمشق

ابو الوفاء البوزجاني (1971): علم الحساب العربي ، تحقيق د. احمد سعيدان ،عمان .

انور عكاشة واخرون (1990): تاريخ الرياضيات ، مؤسسة دار الكتب للطباعة والنشر ، عمان

كارتر، فيليب؛ راسيل، كين (2010): الدليل الكامل في اختبارات الذكاء، مكتبة جرير، السعودية

هاشم الطيار، ويحي سعيد (1977): موجز تاريخ الرياضيات، مؤسسة دار الكتب للطباعة والنشر، جامعة الموصل.

السبتي، جورج (1988): الجبر الخطي ، دار الحكمة ، جامعة البصرة

الجنابي، احمد نصيف (1980):، الرياضيات عند العرب ، منشورات دار الجاحظ للنشر، الجمهورية العراقية

عبد اللطيف، علي اسحق(1993): عالم الهندسة الرياضية ابن الهيثم ، منشورات الجامعة الاردنية، عمان ، الاردن .

الخوارزمي، محمد بن موسى (1939): كتاب الجبر والمقابلة ، تقديم علي مصطفى مسرفة ومحمد مرسي احمد ، القاهرة

ريتش، بارنيت (2004) : الجبر الأساسي ، ، الدار الدولية للاستثمارات الثقافية –القاهرة- مصر

الإعلان العالمي لحقوق الانسان ، 1948 م.

العهد الدولي الخاص بالحقوق المدنية والسياسية ، 1966م.

العهد الدولي الخاص بالحقوق الاقتصادية والثقافية والاجتماعية ، 1966 م .

Kline , M,(1972): Mathematics Thought From Ancient to Modern Times , Oxford , N.Y

Lamborg.James(2005):Math reference,Wiley ,N.Y

Bell,E,T(1937): ,Men of Mathematics ,Simon and Schuter,N.Y

Friel,Suzan.Rashlin,Sid.Doyle,Dot.& others(2001): Navigating through Algebra in Grades 6-8. NCTM. RESTON, VIRGINIA .

لجنة المناهج الوزارية

د. صبري صيدم	د. بصري صالح	م. فواز مجاهد
أ. ثروت زيد	أ. عزام ابو بكر	أ. علي مناصرة
د. شهناز الفار	د. سمية النخالة	م. جهاد دريدي

اللجنة الوطنية لوثيقة الرياضيات:

أ. ثروت زيد	د. محمد صالح (منسقاً)	د. معين جبر	د. علي عبد المحسن
د. تحسين المغربي	د. عادل فوارعة	أ. وهيب جبر	د. عبد الكريم ناجي
د. عطا أبوهاني	د.سعيد عساف	د. محمد مطر	د. علا الخليلي
د. شهناز الفار	د. علي نصار	د. أيمن الأشقر	أ. أرواح كرم
أ.حنان أبو سكران	أ.كوثر عطية	د. وجيه ضاهر	أ.فتحي أبو عودة
د. سمية النخالة	أ.احمد سياعرة	أ.قيس شبانة	أ.مبارك مبارك
أ. عبد الكريم صالح	أ. أحلام صلاح	أ. نسرين دويكات	أ. نشأت قاسم
أ. نادية جبر			

المشاركون في ورشات عمل الجزء الأول من كتاب الرياضيات للصف الثامن

أ. أروى المشارقة	أ. فداء الحربيات	د. ختام حمارشة
أ. فاطمة نور	أ. أسماء أبو ناصر	أ. رحمة ضراغمة
أ. آمال البرميل	أ. فتحية حسن	أ. أماني شاور
أ. ناديا جبر	أ. حلمي حمدان	أ. فلسطين الخطيب
د. يحيى ماضي	أ. منى محيسن	أ. محمد الفرا
أ. نبيل سلمن	أ. رحمة عودة	د. وسام موسى
أ. عبد الله مهنا		

تَمَّ بِحَمْدِ الله