موقع الميار التعليمي

ملخص رياضيات تامن ف2

Date No.

* الجبر :-

- الصورة العامة للمعادلة التربيعية : $P س^2 + ب س + ج = صفر$ ، P ، ب ، ج أعداد حقيقية $P \neq صفر$.

- أمثلة على حل المعادلة التربيعية بالتحليل /

* حل المعادلات التالية /

① $\frac{1}{2} س (3س - 2) = .$

الحل : إما $\frac{1}{2} س = .$ ومنها $س = .$ أو $3س - 2 = .$ ومنها $3س = 2$ ومنها $س = \frac{2}{3}$ $(\div 3)$

② $(س - 3)(س + 9) = .$

الحل / إما $س - 3 = .$ ومنها $س = 3$ أو $س + 9 = .$ ومنها $س = -9$.

③ $2س^2 - 4س = .$ (نأخذ س عامل مشترك)

$س(2س - 4) = .$

ومنها $س = .$ أو $2س - 4 = .$ ومنها $2س = 4$ $(\div 4)$ $\Leftarrow$ $س = 2$.

④ $س^2 - 9 = .$ هناك حلان :-

إما معرفة بسيطة مرتبة $(س - 3)(س + 3) = .$ ومنها $س = 3$ أو $س = -3$

أو $س^2 = 9$ نأخذ الجذر للطرفين $\Leftarrow$ $س = \pm\sqrt{9} \Leftarrow س = \pm 3$.

⑤ $(س - 1)^2 - 16 = .$

الحل / $(س - 1)^2 = 16$ نأخذ الجذر للطرفين

$س - 1 = \pm\sqrt{16} \Leftarrow س - 1 = \pm 4$ ومنها $س = 1 \pm 4$

ومنها $س = 1 + 4 = 5$ أو $س = 1 - 4 = -3$

⑥ $2س^2 - 5س - 7 = صفر$ (هنا التحليل بالمقص)

$2س^2 \times -7$

$-5س$ الحد الأوسط

$س \times +1$

$(2س - 7)(س + 1) = .$

$2س - 7 = .$ أو $س + 1 = .$

$2س = 7$ | $س = -1$

$س = \frac{7}{2}$

حالات المقص /

* إذا كان الحد الأخير موجب نأخذ إشارة الوسط في القوسين [متشابهتين]

* إذا كان الحد الأخير سالب نأخذ إشارتين مختلفتين ولكنه العدد الأكبر يأخذ إشارة الوسط .

* مساحة المستطيل = الطول × العرض

* مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × القاعدة × الارتفاع

* مساحة المربع = طول الضلع لنفسه

فيس بوك ::: مكتبة زهور الأقصى

Date No.

* حل المعادلة بطريقة إكمال المربع / «مثال عليها»

- صـ حل المعادلة بطريقة إكمال المربع :- $٢س^{٢} - ٥س + ٢ = ٠$

الحل / $٢س^{٢} - ٥س + ٢ = ٠$ $(\div ٢)$

$س^{٢} - \frac{٥}{٢}س + ١ = ٠$

$س^{٢} - \frac{٥}{٢}س = -١$

$(\frac{١}{٢}$ معامل س$)^{٢}$ $(\frac{٥}{٤} \times \frac{١}{٢})^{٢} = (\frac{٥}{٤})^{٢} = \frac{٢٥}{١٦}$

$س^{٢} - \frac{٥}{٢}س + \frac{٢٥}{١٦} = -١ + \frac{٢٥}{١٦}$ نوحد المقامات

$(س - \frac{٥}{٤})^{٢} = \frac{-١٦ \times ١}{١٦ \times ١} + \frac{٢٥}{١٦} = \frac{-١٦}{١٦} + \frac{٢٥}{١٦} = \frac{٩}{١٦}$ ← جذر الطرفين ← المشاة الوسط

$(س - \frac{٥}{٤})^{٢} = \frac{٩}{١٦}$ نأخذ الجذر للطرفين

$س - \frac{٥}{٤} = \pm\sqrt{\frac{٩}{١٦}}$

$س = \frac{٥}{٤} \pm \frac{٣}{٤}$

$س = \frac{٥}{٤} + \frac{٣}{٤} = \frac{٨}{٤} = [٢]$

$س = \frac{٥}{٤} - \frac{٣}{٤} = \frac{٢}{٤} = [\frac{١}{٢}]$

* المميز :- له ثلاث حالات (ب^{٢} - ٤ أ جـ)

* إذا كان موجب يكون للمعادلة حلان (جذران) حقيقيان مختلفان [٢]

* إذا كان = صفر يكون للمعادلة حلان (جذران) متساويان أي حل وحيد [١]

* إذا كان سالب لا يكون للمعادلة جذور حقيقية [٠]

* حل المعادلة بالقانون العام :- $س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$

* تحليل الفرق بين مكعبين :- $س^{٣} - ص^{٣} = (س - ص)(س^{٢} + س ص + ص^{٢})$

* تحليل مجموع مكعبين :- $س^{٣} + ص^{٣} = (س + ص)(س^{٢} - س ص + ص^{٢})$

ملاحظات / * $س^{٦} = (س^{٢})^{٣}$

* $٠,٠٠٨ = (\frac{٢}{١٠})^{٣}$

* $(س + ص)^{٢} = س^{٢} + ٢س ص + ص^{٢}$

* $(س - ص)^{٢} = س^{٢} - ٢س ص + ص^{٢}$

فيس بوك :: مكتبة زهور الأقصى

فيس بوك
مكتبة زهور الأقصى

٦

* حل معادلتين خطيتين بمتغيرين :-

* طريقة التعويض /

مثال / $٢س + ٣ص = ١٦$ ... (١)
$٣س - ص = ٢$ ... (٢)

نجعل ص موضوع القانون من معادلة (٢) :-

* $\boxed{٣س - ٢ = ص}$

ثم نعوض عنها في المعادلة (١) /

$٢س + ٣ص = ١٦$
$٢س + ٣(٣س - ٢) = ١٦$
$٢س + ٩س - ٦ = ١٦$
$١١س = ١٦ + ٦ = ٢٢$
$\frac{١١}{١١}س = \frac{٢٢}{١١} \Leftarrow س = ٢$

نعوض في معادلة * عند س :-
$ص = ٣س - ٢$
$ص = ٣ \times ٢ - ٢ = ٦ - ٢ = ٤$
$\therefore$ مجموعة الحل = $\{(٢ ، ٤)\}$ مهم الترتيب في س ، ص

* طريقة الحذف /

مثال / $٢س + ٣ص = ١$ ... (١)
$٣س - ٤ص = ١٠$ ... (٢)

نجعل معاملات س أو ص متشابهة بين متساوية ، ومختلفة في الإشارة
نضرب معادلة (١) في ٣
ونضرب معادلة (٢) في ٢

$٦س + ٩ص = ٣$
$-٦س + ٨ص = -٢٠$
بجمع المعادلتين /
$\frac{١٧}{١٧}ص = \frac{-١٧}{١٧} \Leftarrow ص = -١$

نعوض في (١) لإيجاد س /
$٢س + ٣ \times -١ = ١$
$٢س - ٣ = ١ \Leftarrow ٢س = ٤ \Leftarrow س = ٢$

مجموعة الحل = $\{(٢ ، -١)\}$ #

ASRAR

Date No.

الهندسة والقياس

* في متوازي الأضلاع كل ضلعين متقابلين متساويان في الطول .
* محيط أي شكل = مجموع أطوال أضلاعه .
* قطر متوازي الأضلاع يقسمه إلى مثلثين متطابقين " متساويان في المساحة "
* يمكن إنشاء متوازي أضلاع من مثلث معلوم باستخدام خاصية متوازي الأضلاع .
* مساحة المثلث = ½ مساحة متوازي الأضلاع المشترك معه في القاعدة والارتفاع .
* مساحة متوازي الأضلاع = ٢ × مساحة المثلث " " " " " .

* القطاع الدائري : هو جزء من سطح الدائرة محصور بين نصفي قطرين وقوس .
* تسمى الزاوية المركزية بين نصفي القطرين زاوية القطاع الدائري . « هـ »

$$\frac{هـ}{٣٦٠} = \frac{\text{طول قوس القطاع}}{\text{محيط الدائرة}} = \frac{\text{مساحة القطاع}}{\text{مساحة الدائرة}}$$

$$هـ = \frac{\text{طول قوس القطاع}}{\text{محيط الدائرة}} \times ٣٦٠ \quad ، \quad \text{طول القوس} = \frac{هـ}{٣٦٠} \times \text{محيط الدائرة}$$

$$\text{مساحة القطاع الدائري} = \frac{\text{طول قوس القطاع}}{\text{محيط الدائرة}} \times \text{مساحة الدائرة}$$

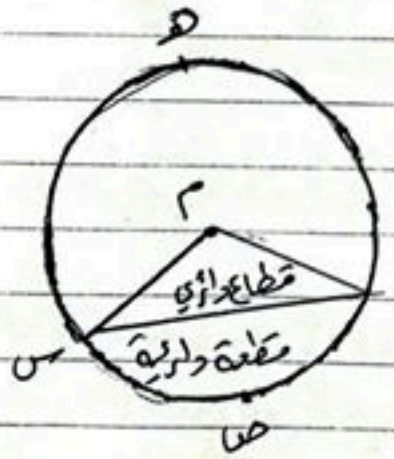
محيط الدائرة = (٢ نق ط) ، مساحة الدائرة = (ط نق٢)

محيط القطاع الدائري = طول القوس + ٢ نق .

* الجزء المحصور بين قوس ووتر يمر بنهايتي ذلك القوس في الدائرة يسمى القطعة الدائرية

* زاوية القطعة الدائرية = زاوية القطاع الدائري الذي يحتويها .

* مساحة القطعة الدائرية في الرسم المقابل =
= مساحة القطاع الدائري - مساحة المثلث
⇐ * ل م س = زاوية القطاع = زاوية القطعة .
" مشتركة في نفس القوس .



هناك قطعتان دائريتان بالشكل :
ل ص س صغرى ، ل هـ س كبرى

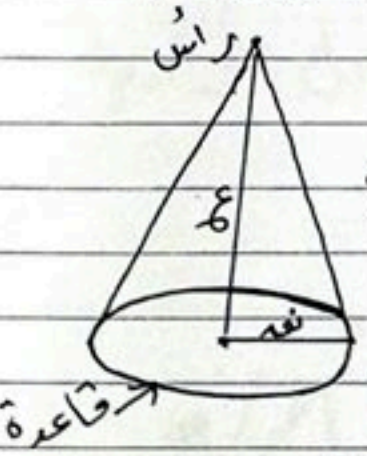
فيس بوك :: مكتبة زهور الأقصى

* لرسم شكل منتظم داخل دائرة :- * نرسم الدائرة المعلوم نصف قطرها مثلاً .
* زاوية كل قطاع = $\frac{٣٦٠}{\text{عدد الزوايا}} = \theta$.
* نرسم نصف قطر أفقي بأي طول ونضع المنقلة على مركز الدائرة وعند مقياس الزاوية للشكل ونرسم ونرسم نفذ بسن المركز والمنقلة وهكذا .
* نصل نهايات أنصاف الأقطار ببعض فينتج المضلع المنتظم داخل الدائرة ومرسوم على الدائرة .

الاسطوانة :- تنتج من دوران مستطيل حول أحد بعديه كمحور دوران .
محيط قاعدة الاسطوانة = أحد بعدي المستطيل
ارتفاع الاسطوانة = البعد الآخر .
شبكة الاسطوانة الدائرية القائمة = هي مستطيل طول أحد أضلاعه محيط القاعدة وطول الضلع الآخر للمستطيل ارتفاع الاسطوانة ، ودائرتان متطابقتان تمثلان قاعدتي الاسطوانة .

* المساحة الجانبية للاسطوانة : محيط القاعدة × الارتفاع = $٢\pi نق \times ع$.
* المساحة الكلية للاسطوانة = المساحة الجانبية + مساحة القاعدتين = $٢\pi نق ع + ٢\pi نق^٢$
* حجم الاسطوانة = مساحة القاعدة × ع = $\pi نق^٢ \times ع$.

المخروط : هو مجسم قاعدته دائرية الشكل ورأسه نقطة .



* يتولد المخروط من دوران مثلث قائم الزاوية حول أحد أضلاع القائمة دورة كاملة .
* يتولد المخروط من دوران مثلث متساوي الساقين حول محوره نصف دورة .
* يتولد المخروط من لف قطاع دائري بحيث يتلامس نصفي قطريه .

* شبكة المخروط الدائري القائم تتكون من دائرة وقطاع دائري .
ونصف راسم المخروط = نصف قطر القطاع .
محيط قاعدة المخروط = طول قوس القطاع .

* الراسم $ل^٢ = نق^٢ + ع^٢$
$ع^٢ = ل^٢ - نق^٢$ ، $نق^٢ = ل^٢ - ع^٢$.

فيس بوك
مكتبة زهور الأقصى

* المساحة الجانبية للمخروط = ل نق π

* المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مساحة القاعدة

= ل نق π + نق² π

* حجم المخروط = $\frac{1}{3}$ حجم الاسطوانة المشتركة معه في القاعدة والارتفاع

= $\frac{1}{3}$ × مساحة القاعدة × ع

= $\frac{1}{3}$ × نق² π × ع

حجم الاسطوانة = ٣ × حجم المخروط المشتركة معه في القاعدة والارتفاع

* تعريفات هامة في المخروط :-

الراسم :- قطعة مستقيمة تصل بين رأس المخروط وأي نقطة على قاعدته .

ارتفاع المخروط = قطعة مستقيمة تصل بين رأس المخروط ومركز قاعدته .
أو العمود النازل من رأس المخروط على قاعدته .

مع أطيب أمنياتي لكم بالتفوق والنجاح الدائم .

أ/ أسرار إبراهيم المشوخي

فيس بوك :: مكتبة زهور الأقصى

مكتبة زهور الأقصى :: فيس بوك ::

* ملخص وحدة النسب المثلثية / ثامن ف ٢

- النسبة المثلثية : هي النسبة بين طولي ضلعين من أضلاع المثلث القائم الزاوية .

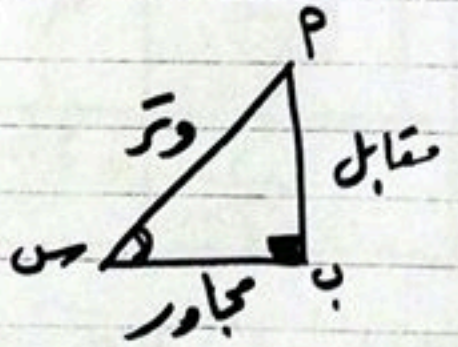
- النسب المثلثية الأساسية هي :-

① جيب الزاوية :- هو نسبة طول الضلع المقابل للزاوية إلى طول الوتر في المثلث .

② جيب تمام الزاوية : هو نسبة طول الضلع المجاور للزاوية إلى طول الوتر .

③ ظل الزاوية : هو نسبة طول الضلع المقابل للزاوية إلى طول الضلع المجاور لها .

مثلاً : في الشكل المجاور :-



جا س = المقابل / الوتر = م ب / م س

جتا س = المجاور / الوتر = ب س / م س

ظا س = المقابل / المجاور = م ب / ب س

أيضاً / ظا س = جا س / جتا س

فيس بوك
مكتبة زهور الأقصى

ملاحظات :-

لأي زاوية حادة س :-

٠ < جاس < ١ ، ٠ < جتاس < ١

* هذا يعني أن جاس ، جتاس كسور بسيطة ١٠ ولا يساويهم .

* كلما زادت الزاوية زاد جيبها وظلها وقل جيب تمامها ،

مثلاً جا ٣٠ < جا ٦٠ ، ظا ٣٠ < ظا ٦٠ ، جتا ٣٠ > جتا ٦٠ .

* هناك بعض الزوايا الخاصة وهي ٣٠ ، ٦٠ ، ٤٥ ، وتكون النسب المثلثية لها حسب الجدول التالي :-

على الآلة :-

س	جاس	جتاس	ظاس
٣٠	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
٦٠	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
٤٥	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	١

جا ← sin

جتا ← cos

ظا ← tan

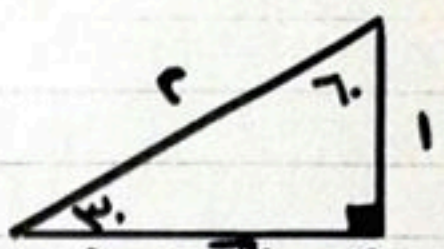
* الزاويتان المتتامتان : هما كل زاويتان مجموعهما ٩٠° .

حيث جا الزاوية = جيب تمام الزاوية المتممة لها .

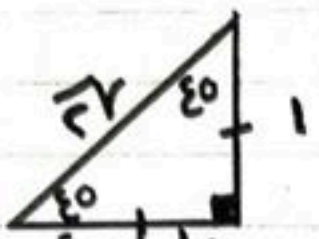
مثلاً جا ٢٠ = جتا ٧٠ ، بالمثل جاس = جتا (٩٠ - س)

جتاس = جا (٩٠ - س)

فيس بوك
مكتبة زهور الأقصى



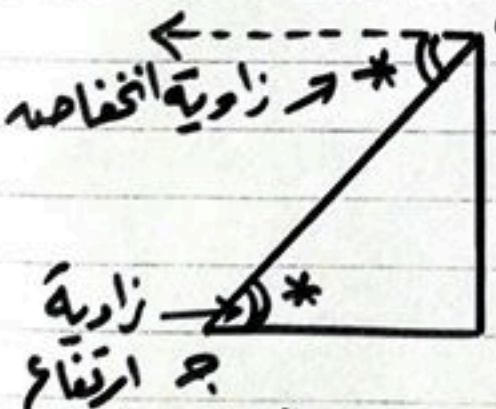
مثلث قائم : فيه زاوية قياسها ٣٠ ، ٦٠
- يكون فيه طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠ = نصف الوتر .



مثلث قائم متساوي الساقين .
- يكون فيه ضلعي القائمة متساويين .

* زاوية الارتفاع : هي الزاوية المحصورة بين المستوى الأفقي للنظر ، وخط البصر فوق المستوى الأفقي .

* زاوية الانخفاض : هي الزاوية المحصورة بين المستوى الأفقي للنظر ، وخط البصر تحت المستوى الأفقي .



* ملاحظة :- زاوية الانخفاض = زاوية الارتفاع بالتبادل (Z)

* مثال /
إذا كان جا ٢س = جتا س حيث س زاوية حادة ؟

الحل / ٢س + س = ٩٠ ° "متتامتان" حسب الملاحظة .

$\frac{٣}{٣}س = \frac{٩٠}{٣}$

س = ٣٠ ° .

موقع
المعيار التعليمي

ملاحظة / جا ٢س ≠ ٢ جا س

مثلا س = ٣٠

جا ٢س = جا ٢ × ٣٠ = جا ٦٠ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

٢ جا س = ٢ × جا ٣٠ = ٢ × $\frac{١}{٢}$ = ١

غير متساويان .

الاحتمالات

* ل(ح) = ع(ح) / ع(ك) ، ك = الفضاء العينى = جميع النواتج الممكنة

تعاريف * ل(ح ∩ ح) هو احتمال حدوث الحادثين معاً (فى آن واحد) حدوث ح و ح

* ل(ح ∪ ح) هو احتمال حدوث أحد الحادثين على الأقل ح أو ح = حدوث أى منهما

* ل(ح ∪ ح) = ل(ح) + ل(ح) - ل(ح ∩ ح)

* ل(ح ∩ ح) = ل(ح) + ل(ح) - ل(ح ∪ ح)

* إذا كان ح ، ح حادثان منفصلان هذا يعنى ح ∩ ح = ∅ ⇐ ل(ح ∩ ح) = صفر

وكذلك ل(ح ∪ ح) = ل(ح) + ل(ح) «منفصلان»

ملاحظة: يكون ل(ح ∪ ح) ≤ ل(ح) + ل(ح) «متقاطعان» (أقل)

تتمة * ح̄ تعنى عدم حدوث ح ويكون :- ل(ح̄) = ١ - ل(ح)

ل(ح) = ١ - ل(ح̄)

ل(ح) + ل(ح̄) = ١

ل(ح ∩ ح) تعنى عدم حدوث الحادثين معاً :-

ل(ح̄ ∩ ح̄) = ١ - ل(ح ∩ ح)

ل(ح ∪ ح) تعنى عدم حدوث أى من الحادثين

ل(ح̄ ∪ ح̄) = ١ - ل(ح ∪ ح)

فرق * ل(ح - ح) = ل(ح) - ل(ح ∩ ح) يعنى حدوث ح وعدم حدوث ح .

ل(ح - ح) = ل(ح) - ل(ح ∩ ح) : يعنى حدوث ح وعدم حدوث ح .

ملاحظات :- ل(ك) = ١ «حادث أكيد»

ل(∅) = صفر «حادث مستحيل»

لأى حادث . ≤ ل(ح) ≤ ١

الحادث البسيط والمركب . < ل(ح) < ١

فيس بوك :: مكتبة زهور الأقصى