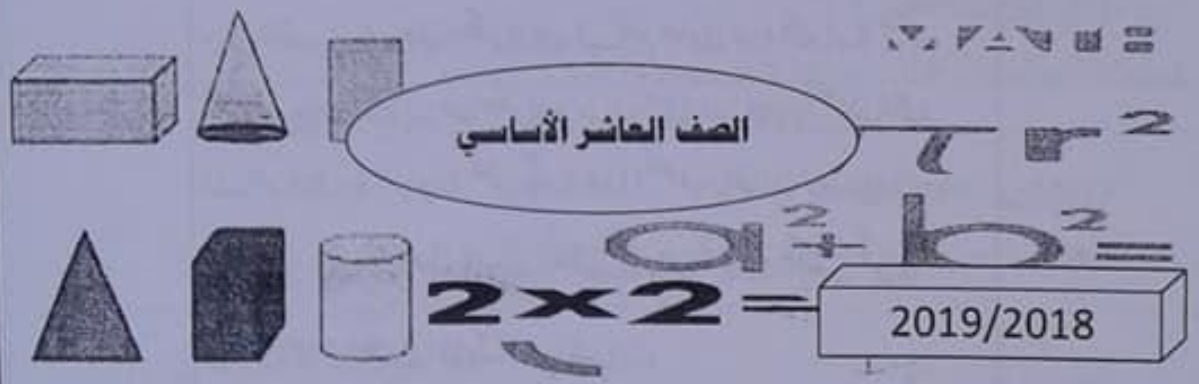
10

الفصل الأول

الممتاز

في

الرياضيات



إعداد : أ. رامي عاشور

جوال:0599638419

Ramy ashour

مراجعة نهائية للفصل الأول ونماذج اختبارات

(١) بين أي من الاقترانات الآتية زوجي وأي منها فردي وأي منها غير ذلك في كل مما يلي (بمجرد النظر)

(١) ق(س) = س^{٤} + س^{٢} + ٣ زوجي

(٢) هـ(س) = س(س^{٢} − س^{٦}) ⇐ فردي × زوجي = فردي

(٣) ل(س) = س^{٦} − س^{٣} + ٥ ⇐ ليس زوجياً وليس فردياً

(٤) ك(س) = (س^{٢} − ١)(س^{٢} + س) ⇐ زوجي × فردي = فردي

(٢) تحقق جبريا أن كلا من الاقترانات الآتية فرديا :-

(١) ق(س) = س^{٥} + س

ق(−س) = (−س)^{٥} + (−س) = −س^{٥} − س = −(س^{٥} + س) ..... ①

−ق(س) = −(س^{٥} + س) = −س^{٥} − س ..... ②

من ① ، ② ينتج أن ق(−س) = −ق(س) ∴ ق(س) هو اقتران فردي

(٢) هـ(س) = س^{٣} + س^{٥} + ٤س

هـ(−س) = (−س)^{٣} + (−س)^{٥} + ٤(−س) = −س^{٣} − س^{٥} − ٤س = −(س^{٣} + س^{٥} + ٤س) ..... ①

−هـ(س) = −(س^{٣} + س^{٥} + ٤س) = −س^{٣} − س^{٥} − ٤س ..... ②

بجمع ① ، ② ينتج أن هـ(−س) = −هـ(س) ∴ هـ فردي

(٣) تحقق جبريا أن كلا من الاقترانات الآتية زوجيا

(١) ق(س) = س^{٢} + ١

ق(−س) = (−س)^{٢} + ١ = س^{٢} + ١ = ق(س) ∴ ق اقتران زوجي

(٢) ك(س) = س^{٤} − ٢ س^{٢} + ٥

ك(−س) = (−س)^{٤} − ٢(−س)^{٢} + ٥ = س^{٤} − ٢س^{٢} + ٥ = ك(س) ∴ ك اقتران زوجي

(٣) هـ(س) = $\frac{س^{٢}}{س^{٢} - ١}$

هـ(−س) = $\frac{(-س)^{٢}}{(-س)^{٢} - ١}$ = $\frac{س^{٢}}{س^{٢} - ١}$ = هـ(س) ∴ هـ اقتران زوجي

(٤) بين بمثال عددي أن كلا من الاقترانات الآتية ليس زوجيا وليس فرديا :-

(١) ق(س) = ٢س^{٢} − ٥س^{٣}

هـ(−١) = ٢(−١)^{٢} − ٥(−١)^{٣} = ٢ × ١ − ٥ × −١ = ٢ − ٥ = −٧

هـ(١) = ٢(١)^{٢} − ٥(١)^{٣} = ٢ − ٥ = −٣ ∴ هـ(−١) ≠ هـ(١) ⇐ ليس زوجيا

−هـ(١) = +٣ هـ(−١) ≠ −هـ(١) ⇐ ليس فرديا

(٢) ق(س) = (س − ٢) (س^{٢} + ٣س)

(٣) أثبت بالطريقة الجبرية أن مجموع اقترانين فرديين هو اقتران فردي

(٥) أكمل كلا من العبارات الاتية :

(١) صورة النقطة (٢،-٣) بانسحاب وحدتين الى اليمين متبوعا ب ٤ وحدات الى أسفل ...(٤،-٧)

(٢) صورة النقطة (-٤،٥) بانعكاس في محور السينات متبوعا بانسحاب ٣وحدات الى اليسار (-٧،٥)

(٣) صورة النقطة (-٧،٥) بانعكاس في محور الصادات متبوعا بانعكاس في نقطة الأصل ..(٧،-٥)

(٤) مجال الاقتران ق(س) = [س] ...ح... ومداه ...ح... بينما مجال الاقتران ص = |س^{٢} -١| ...ح... ومداه ح$^{+}$ ∪ {٠}

(٦) صف كلا من التحويلات الاتية على ق(س):

(١) هـ(س) = ق(س+٢) − ٣

(٢) م(س) = - ق(س) + ١

(٣) ل(س) = ق(س+٥)

(٧) اكتب قاعدة الاقتران هـ(س) وهو انعكاس ق(س) = س^{٢} + ٢ في محور الصادات متبوعا بانسحاب ٢ وحدة الى اليمين .

(٨) جد قاعدة م(س) وهو انسحاب ق(س) = √س بمقدار ٣ وحدات الى أسفل متبوعا بانعكاس في محور السينات

(٨) ما مجموعة حل المتباينات الاتية :-

(١) ٣(س − ٢) ≤ ٢(س + ٣)

(٢) س^{٢} − س − ١٢ > ٠

(٣) س^{٢} − ٨س < ١٦

(٤) $\frac{س^{٢} - س}{س - ١} \geq ٠$

(٥) $\frac{س-٢}{س+٥} \leq ٠$

إشارة $(س+٥)$ | إشارة $(س-٢)$ | إشارة $\frac{س-٢}{س+٥}$

مجموعة الحل =]−٥، ٢]

(٦) $(١-س)(٣+س)+٤ \geq ٨$

$٣+س-٢س-س^{٢}+٤ \geq ٨$

$-س^{٢}-س+٧ \geq ٨$

$-س^{٢}-س-١ \geq ٠$

$س^{٢}+س+١ \leq ٠$

$(س+١)(س+١) \leq ٠$

$س = -١$

$\{-١\}$

(٨) ما هي الأعداد التي تحقق بمربع العدد أكبر من نصفه؟

نفرض العدد = س ، مربع العدد = $س^{٢}$ ، نصف العدد = $\frac{١}{٢}س$

$س^{٢} > \frac{١}{٢}س$

$٢س^{٢} > س$

$٢س^{٢}-س > ٠$

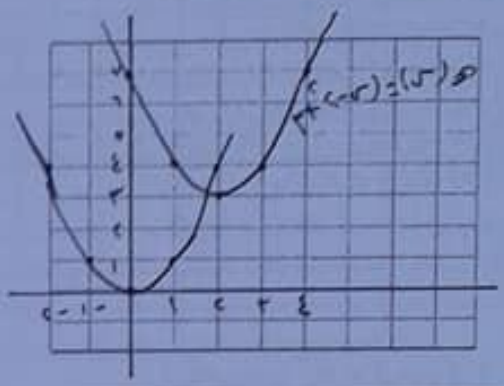
$س(٢س-١) > ٠$

$س = ٠$ أو $س = \frac{١}{٢}$

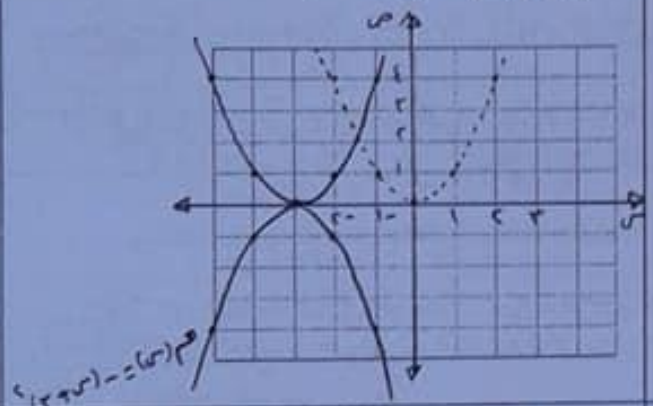
$]-\infty، ٠[\cup]\frac{١}{٢}، \infty[$

(٩) مثل بيانيا كلا من الاقترانات الاتية :

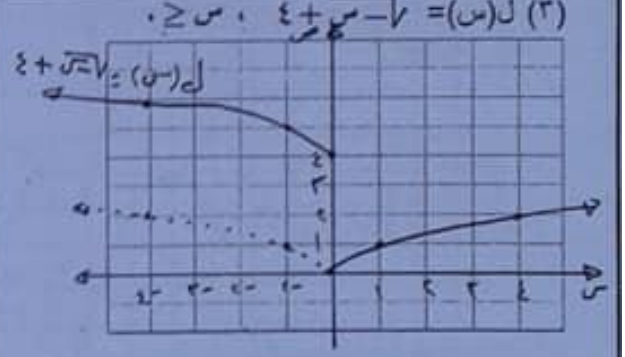
(١) $هـ(س) = (س-٢)^{٢}+٣$



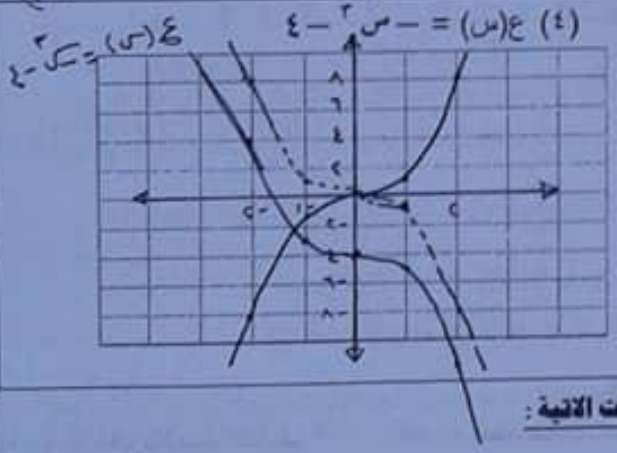
(٢) $م(س) = -(س+٣)^{٢}$



(٣) $ل(س) = \sqrt{-س+٤}$ ، $س \leq ٠$



(٤) $ع(س) = -س^{٢}-٤$



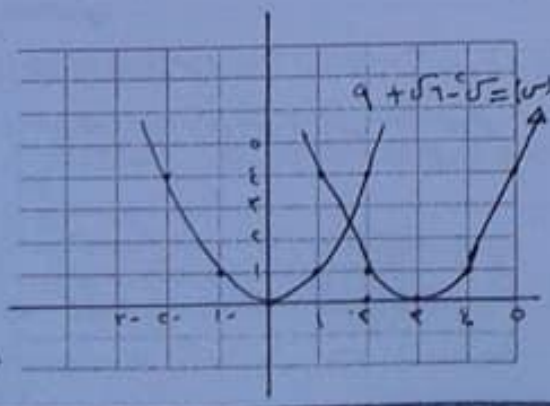
(١٠) استخدم طريقة اكمال المربع لرسم منحنى كلا من الاقترانات الاتية :

(١) $هـ(س) = س^{٢}-٦س+٩$

$(\text{معامل } س \div ٢)^{٢} = (-٦ \div ٢)^{٢} = (-٣)^{٢} = ٩$ المضاف مربع كامل

$هـ(س) = س^{٢}-٦س+٩$

$= (س-٣)^{٢}$

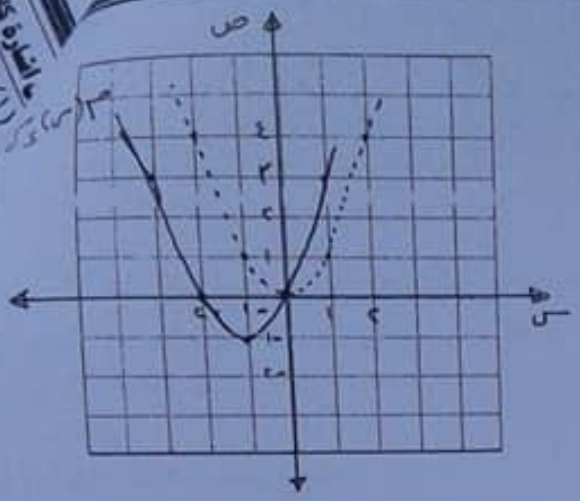


(٢) م(س) = س² + ٢س

$\left(\frac{\text{معامل س}}{٢}\right)^{٢} = \left(\frac{٢}{٢}\right)^{٢} = ١^{٢} = ١$

م(س) = (س² + ٢س + ١) − ١

= (س + ١)² − ١



(٣) ل(س) = س² − ٨س + ٢٠

$\left(\frac{\text{معامل س}}{٢}\right)^{٢} = \left(\frac{-٨}{٢}\right)^{٢} = (-٤)^{٢} = ١٦$

ل(س) = س² − ٨س + ١٦ + ٢٠ − ١٦

= (س² − ٨س + ١٦) + ٤

= (س − ٤)² + ٤

نرسم ص = س² ونقوم بسحب ٤ وحدات
الى اليمين ثم ٤ وحدات للأعلى

(٤) ك(س) = ٤س − س²

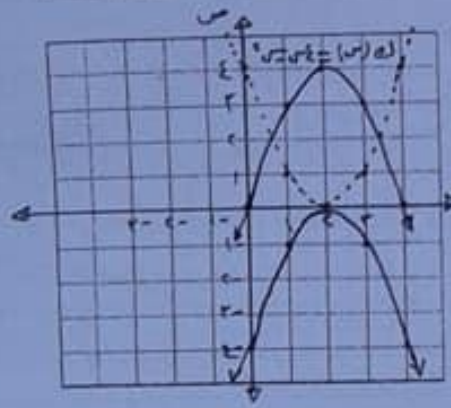
ك(س) = − (س² − ٤س)

$\left(\frac{\text{معامل س}}{٢}\right)^{٢} = \left(\frac{-٤}{٢}\right)^{٢} = (-٢)^{٢} = ٤$

∴ ك(س) = − ((س² − ٤س + ٤) − ٤)

= − ((س − ٢)² − ٤)

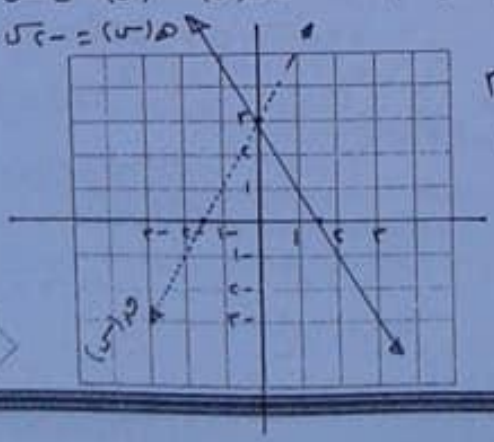
= − (س − ٢)² + ٤



(١١) اذا كان ق(س) = ٢س + ٣ ، اكتب قاعدة هـ(س) = ق(− س)، ثم مثل كلا من ق(س) ، هـ(س) على نفس المستوى الديكارتي

هـ(س) = ق(− س) = ٢(− س) + ٣ = − ٢س + ٣

نرسم ق(س) ثم نقوم بعمل انعكاس في محور الصادات



س	٠	$-\frac{٣}{٢}$
ق(س)	٣	٠

عين اشارة كلا من الاقترانات الاتية :

(١) ق(س) = -٥

ق(س) < ٠ لكل س ∈ ح ← إشارة ق(س) ←

(٢) هـ(س) = ٢س - ٨

٢س - ٨ = ٠ ⇒ ٢س = ٨ ⇒ س = ٤

إشارة هـ(س) ←

هـ(س) < ٠ عندما س < ٤

هـ(س) > ٠ عندما س > ٤

(٣) م(س) = ٦ - ٣س

٦ - ٣س = ٠ ⇒ ٣س = ٦ ⇒ س = ٢

م(س) > ٠ عندما س < ٢

م(س) < ٠ عندما س > ٢

(٤) ك(س) = س٢ - ٣س - ١٠

بوضع ك(س) = ٠

س٢ - ٣س - ١٠ = ٠

(س - ٥)(س + ٢) = ٠

س = ٥ أو س = -٢

ك(س) < ٠ لكل س ∈]-٢، ٥[

ك(س) > ٠ لكل س ∈]-∞، -٢[∪]٥، ∞[

(٥) د(س) = ٩ - س٢

عندما ٩ - س٢ = ٠

س٢ = ٩

س = ± ٣

د(س) > ٠ في الفترة]-٣، ٣[

د(س) < ٠ في الفترة]-∞، -٣[∪]٣، ∞[

(٦) ل(س) = س٢ - ٨س + ١٦

س٢ - ٨س + ١٦ = ٠

(س - ٤)٢ = ٠

س = ٤ جذر واحد ل(س) > ٠ لكل س ∈ ح - {٤}

(٧) ع(س) = ٢س٢ - س - ٣

٢س٢ - س - ٣ = ٠

(٢س - ٣)(س + ١) = ٠

س = ٣/٢ أو س = -١

ع(س) < ٠ لكل س ∈]-١، ٣/٢[

ع(س) > ٠ لكل س ∈ ح - [-١، ٣/٢]

(٨) ح(س) = ٤س - س٢

الجذر الذي يجعل س = ٤ ، ٠ ⇒ س = ٠ ، ولكل

(٩) ن(س) = س٢ + ١

س٢ + ١ = ٠

س٢ = -١ ⇒ ليس لها حل في ح ⇒ ن(س) > ٠ لكل س ∈ ح

(١٠) ت(س) = ٥ / س٢

ت(س) > ٠ لكل س ∈ ح - {٠}

إشارة البسط (٥) ←

إشارة المقام س٢ ←

إشارة ت(س) ←

(١١) $ن(س) = ٢س - س^{٢} - ٥$

بوضع $٢س - س^{٢} - ٥ = ٠$ ... بالضرب × (-١)

$س^{٢} - ٢س + ٥ = ٠$

$أ = ١ ، ب = -٢ ، ج = ٥$

المميز $ب^{٢} - ٤أجـ = (-٢)^{٢} - ٤ \times ١ \times ٥ = ٤ - ٢٠ = -١٦ < ٠$

لا يوجد أصفار لـ $ن(س)$

إشارة $ن(س)$

$ن(س) > ٠$ لكل $س \in ح$

(١٢) $و(س) = \frac{٢س - ٤}{س + ٣}$

إشارة البسط $(٢س - ٤)$

إشارة المقام

إشارة $و(س)$

$و(س) > ٠$ لكل $س < -٣$ أو $س > ٢$

$و(س) < ٠$ لكل $-٣ < س < ٢$

(١٣) $ك(س) = \frac{٢س}{س^{٢} - ٢س + ٣}$

إشارة $٢س$

إشارة

إشارة $ك(س)$

$ك(س) > ٠$ لكل $س$

$ك(س) < ٠$ لكل $س \in ح$

(١٤) $ز(س) = (س - ٢)(٣ - س)$

بوضع $ز(س) = ٠$

$(س - ٢)(٣ - س) = ٠$

$س = ٢$ أو $س = ٣$

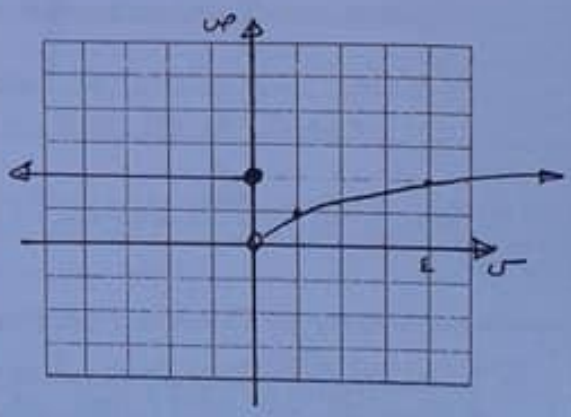
$ز(س) < ٠$ لكل $س \in ح - [٢ ، ٣]$

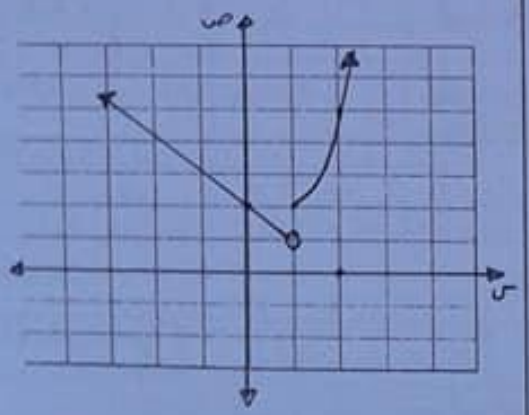
اعتبرنا $ن(س)$ اقترانا تربيعيا منحنى إشارة معامل $س^{٢}$ هو سالب

(١٣) مثل بيانيا منحنى كلا من الاقترانات الآتية:

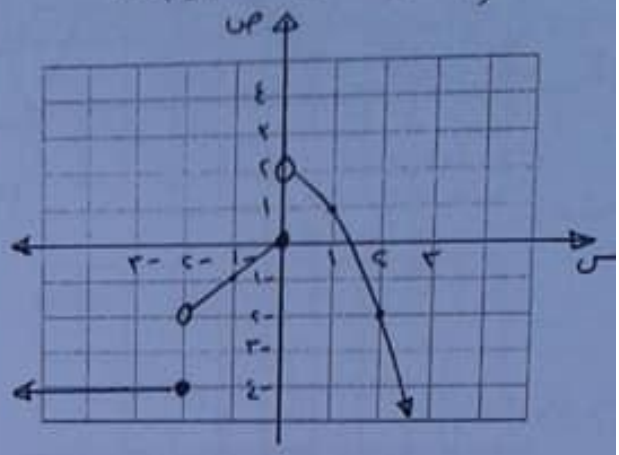
(١) $ن(س) = \begin{cases} ٢ & ، س \geq ٠ \\ \sqrt{س} & ، س < ٠ \end{cases}$

(٢) $ك(س) = \begin{cases} ٢ - س & ، س < ١ \\ س^{٢} + ١ & ، س \leq ١ \end{cases}$

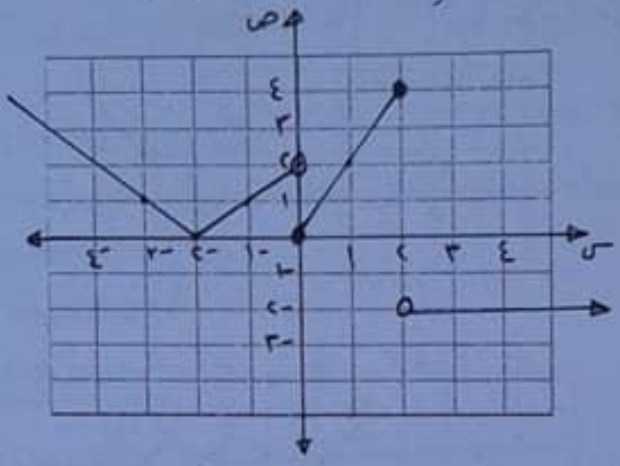




$$(س) = \begin{cases} -٤ & ، \quad س \geq -٢ \\ س & ، \quad -٢ < س \leq ٠ \\ ٢ - س^{٢} & ، \quad س < ٠ \end{cases}$$

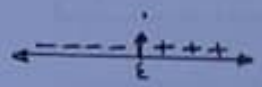


$$(٤)٢(س) = \begin{cases} |س + ٢| & ، \quad س < ٠ \\ ٢س & ، \quad ٠ \leq س \leq ٢ \\ -٢ & ، \quad س > ٢ \end{cases}$$

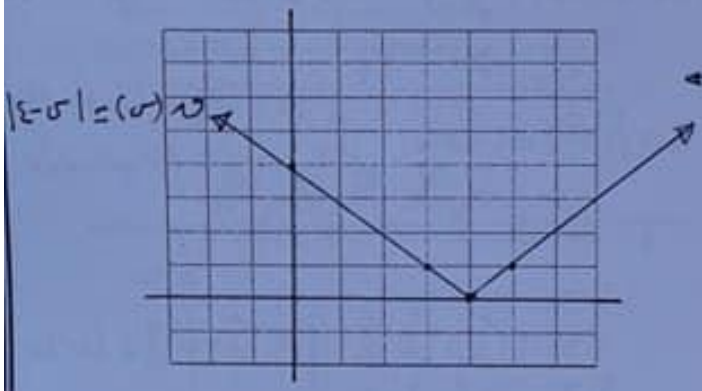


أعد تعريف كلا من الاقترانات الآتية ثم ارسم كلا منها :

ن (س) = |س − ٤|



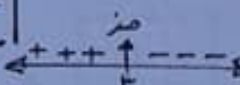
$$ن(س) = \begin{cases} -س + ٤ & ، \quad س \leq ٤ \\ س - ٤ & ، \quad س > ٤ \end{cases}$$



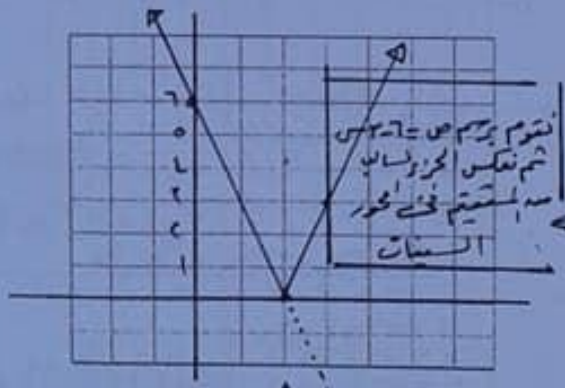
ل (س) = |٦ − ٣س|

نقوم بعمل جدول نقيم ص = ٦ − ٣س

س	٠	٢
ص	٦	٠



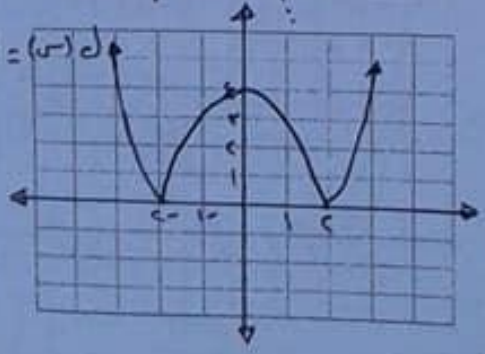
$$ل(س) = \begin{cases} ٦ - ٣س & ، \quad س \leq ٢ \\ -(٦ - ٣س) & ، \quad س > ٢ \end{cases}$$



ل (س) = |س² − ٤|

نجد إشارة (س² − ٤) أولاً

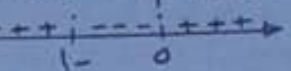
$$ل(س) = \begin{cases} س^{٢} - ٤ & ، \quad س \leq -٢ \text{ أو } س \geq ٢ \\ -(س^{٢} - ٤) & ، \quad -٢ < س < ٢ \end{cases}$$



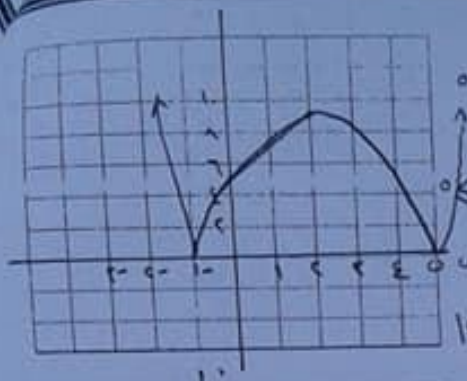
نقوم برسم ص = س² ثم نسحب ٤ وحدات للأسفل
ثم نعكس الجزء السالب منه المنحنى في محور السينات .

(٤) $ق(س) = |س^٢ - ٤س - ٥|$

إشارة $س^٢ - ٤س - ٥$



$ق(س) = |س^٢ - ٤س - ٥| = \begin{cases} س^٢ - ٤س - ٥ & ، س \leq -١ \text{ أو } س \geq ٥ \\ -(س^٢ - ٤س - ٥) & ، -١ < س < ٥ \end{cases}$

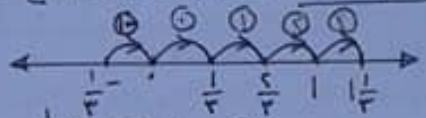


احداثيات الرأس $= (\frac{-ب}{٢أ}, ق(\frac{-ب}{٢أ})) = (٢, ق(٢)) = |٢^٢ - ٤(٢) - ٥| = |-٩| = ٩$

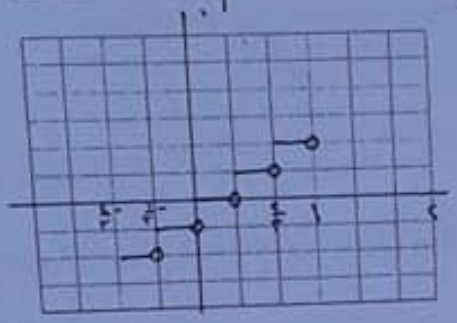
(٥) $ك(س) = [٣س]$

طول الدرجة $= \frac{١}{٣}$

بداية الدرجة $ك(٠) = [٣ \times ٠] = ٠$

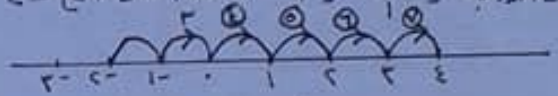


$ك(س) = \begin{cases} ٠ & ، ٠ \leq س < \frac{١}{٣} \\ ١ & ، \frac{١}{٣} \leq س < \frac{٢}{٣} \\ \vdots & \end{cases}$

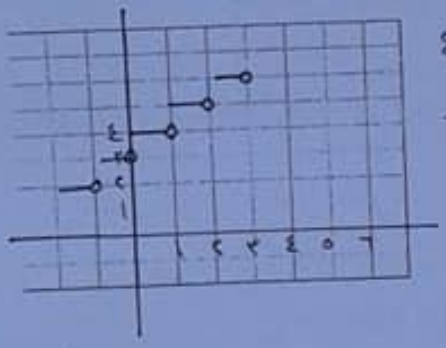


(٦) $هـ(س) = [س + ٤]$

طول الدرجة $= \frac{١}{١}$ ، $هـ(٠) = [٠ + ٤] = ٤$



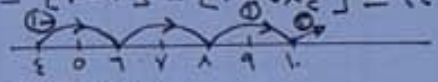
$هـ(س) = [س + ٤] = \begin{cases} ٤ & ، ٠ \leq س < ١ \\ ٥ & ، ١ \leq س < ٢ \\ ٦ & ، ٢ \leq س < ٣ \\ \vdots & \end{cases}$



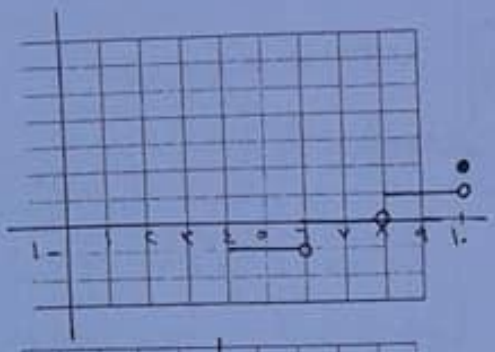
(٧) $د(س) = [\frac{١}{٢}س - ٣]$ ، $س \in [٤, ١٠]$

طول الدرجة $= \frac{١}{|\frac{١}{٢}|} = ٢$

$د(٤) = [\frac{١}{٢} \times ٤ - ٣] = [٢ - ٣] = -١$



$د(س) = [\frac{١}{٢}س - ٣] = \begin{cases} -١ & ، ٤ \leq س < ٦ \\ ٠ & ، ٦ \leq س < ٨ \\ ١ & ، ٨ \leq س < ١٠ \\ ٢ & ، س = ١٠ \end{cases}$

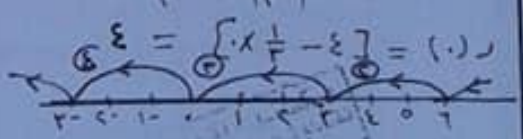


(٨) $ر(س) = [٤ - \frac{١}{٢}س]$

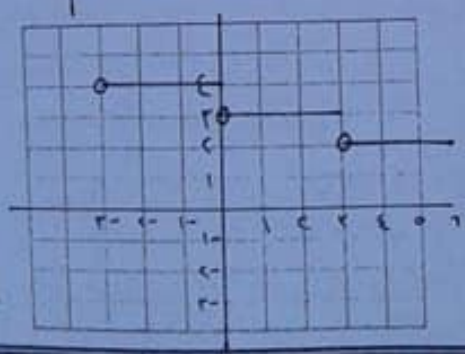
طول الدرجة $= \frac{١}{|-\frac{١}{٢}|} = \frac{١}{\frac{١}{٢}} = ٢$

$[٣] =$

$ر(٠) = [٤ - \frac{١}{٢} \times ٠] = ٤$



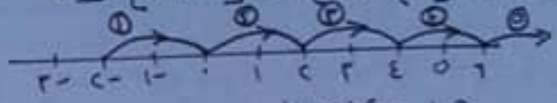
$ر(س) = \begin{cases} ٤ & ، س < ٠ \\ ٣ & ، ٠ \leq س < ٢ \\ ٢ & ، ٢ \leq س < ٦ \\ \vdots & \end{cases}$



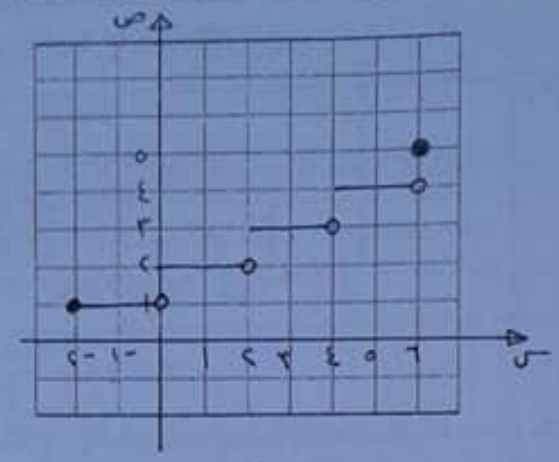
ز(س) = $\left[\frac{س}{2}+2\right]$ ، س ∈ [−٢، ٦]

طول الدرجة = $\frac{1}{\left|\frac{1}{2}\right|}$ = ٢

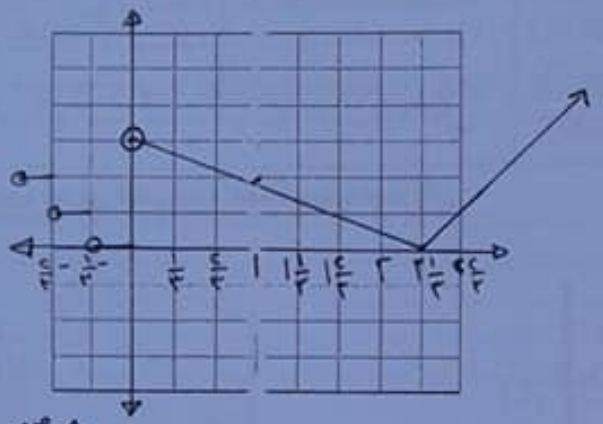
ز(−٢) = $\left[\frac{-2}{2}+2\right]$ = [−١+٢] = ١



ز(س) = { ١ ، ٠ ≤ س < ٢ ؛ ٢ ، ٢ ≤ س < ٤ ؛ ٣ ، ٤ ≤ س < ٦ ؛ ٤ ، س = ٦ }



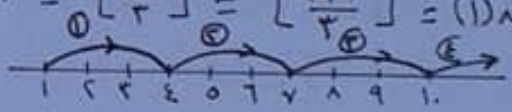
(١٠) ع(س) = { $\left[-\frac{1}{3}س\right]$ ، س ≥ ٠ ؛ |٣ − س| ، س < ٠ }



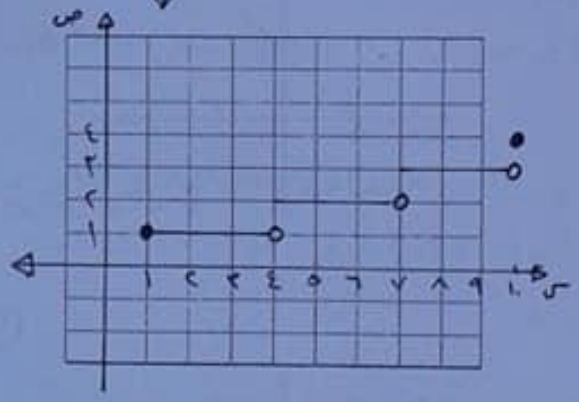
(١١) ق(س) = $\left[\frac{س+2}{3}\right]$ ، س ∈ [١٠، ١]

طول الدرجة = ٣

ه(١) = $\left[\frac{1+2}{3}\right]$ = $\left[\frac{3}{3}\right]$ = ١



ه(س) = $\left[\frac{س+2}{3}\right]$ = { ١ ، ١ ≤ س < ٤ ؛ ٢ ، ٤ ≤ س < ٧ ؛ ٣ ، ٧ ≤ س < ١٠ ؛ ٤ ، س = ١٠ }



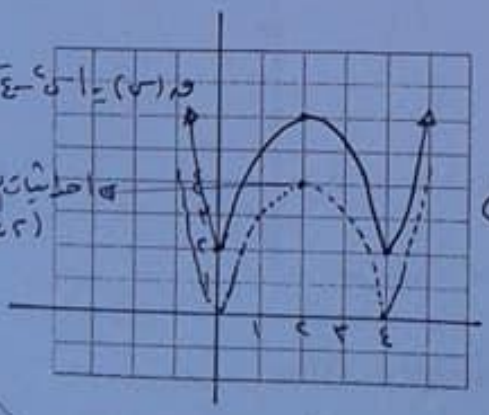
(١٢) ق(س) = |س² − ٤س| + ٢

|س² − ٤س| = { س² − ٤س ، س ≤ ٠ أو س ≥ ٤ ؛ −(س² − ٤س) ، ٠ < س < ٤ }

نرسم ص = |س² − ٤س| ثم نسحب وحدة لأعلى

احداثيات الرأس = $\left(\frac{-b}{2a}\right)$ ، ه$\left(\frac{-b}{2a}\right)$

ه$\left(\frac{-b}{2a}\right)$ = ه$\left(\frac{4}{2}\right)$ = ه(٢) = |٢² − ٤ × ٢| = |−٤| = ٤



ثم حساب إحداثيات الرأس قبل الانسحاب لأعلى

ملاحظة /

(١٥) أوجد مجموعة حل المعادلات الاتية :

(١) $[٢س - ١] = ٥$

$٥ \leq ٢س - ١ < ٦$

$٦ \leq ٢س < ٧$

$٣ \leq س < \frac{٧}{٢}$

مجموعة الحل $= [٣ ، \frac{٧}{٢}[$

(٢) $[٥ - ٥س] + |١٠ -| = [٥ ، ٢]$

$١٥ = ٨ + ٧ = [٥ \cap ٥]$

$١٥ \leq ٥س \cap ٥س < ١٦$

$١٠ \leq ٥س - < ١١$

$\frac{١١}{٥} - < س \leq ٥ -$

مجموعة الحل $= [٥ - ، \frac{١١}{٥} -[$

(٣) $٧ = ٥ + \left[\frac{س - ٢}{٣}\right]$

$٢ = \left[\frac{س - ٢}{٣}\right]$ بالضرب $\times ٣$

$٦ = س - ٢ < ٩$

$٨ \leq س < ١١$

مجموعة الحل $= [٨ ، ١١.٨[$

(٤) $٧ = \left[\frac{س}{٣} - \frac{١}{٢}\right]$

$٧ \leq \frac{س}{٣} - \frac{١}{٢} < ٨$

$٧ + \frac{١}{٢} \leq \frac{س}{٣} < ٨ + \frac{١}{٢}$

$\frac{١٥}{٢} \leq \frac{س}{٣} < \frac{١٧}{٢}$

بالضرب $\times ٦$

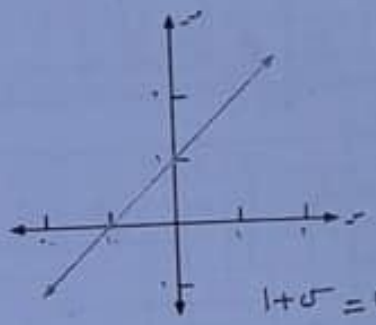
$٤٥ \leq س < ٥١$

$\frac{٤٥}{٢} - < س \leq \frac{٣٩}{٢} -$

$٢٢,٥ - < س \leq ١٩,٥ -$

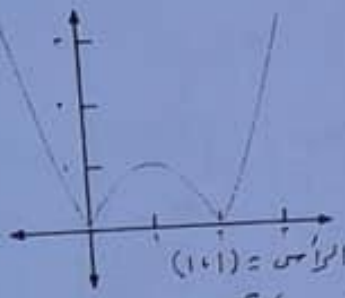
(١٦) ما قاعدة كلا من الاقترانات الممثلة بيانيا فيما يلي :

(١)



$ق(س) = س + ١$

(٢)

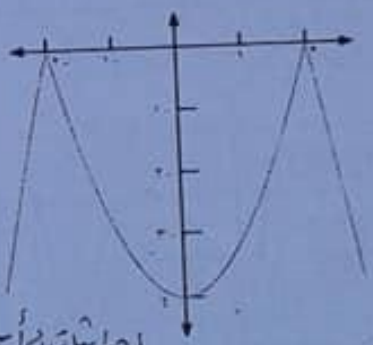


احداثيات الرأس $= (١ ، ١)$

الكيذراته $٠ ، ٢$

$ق(س) = |س^٢ - ٢س|$

(٣)



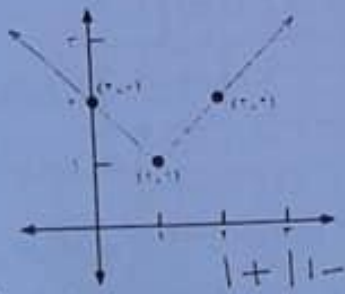
احداثيات الرأس $= (٠ ، ٠ ، ٤)$

الكيذراته $- ٢ ، ٢$

اقتران قيمة مطلقة منعكس في محور السينات

$ص = - |س^٢ - ٤|$

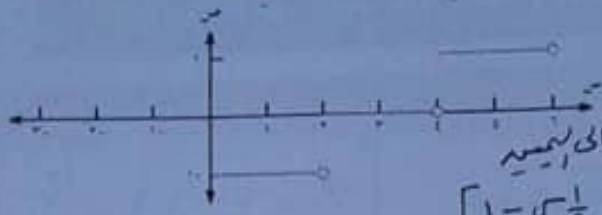
(٤)



$ص = |س - ١| + ١$

هو انسحاب $ص = |س|$ وحدة الى اليمين ثم وحدة لأعلى

طول الدرجة = ٢



ق(س) = -١ ، ∀ س < ٢

هو السهم للاقتراب

ص = [½ س] ضغط وحدة إلى اليمين

∴ ص = [½ (س - ٢)] = [½ س - ١]

(١٧) حل المعادلة ٥ < [س] < ٧

[٦ ، ٧[= ٤ ، ٣ ⇐ ٧ > س ≥ ٦ ⇐ ٦ = [س]

(١٨) أوجد كلا من الأصفار وإحداثيات الرأس ومعادلة محور التماثل والمقطع الصادي للاقتران

ق(س) = |س² + ٢س - ٨|

الأصفار بوضع س² + ٢س - ٨ = ٠

(س - ٢)(س + ٤) = ٠

س = ٢ أو س = -٤

الأصفار = {٢ ، -٤}

إحداثيات الرأس = (-٢/٢ ، ق(-٢/٢)) = (-١ ، ق(-١))

ق(-١) = |١ + ٢ × -١ - ٨| = |-٩| = ٥

∴ إحداثيات الرأس = (-١ ، ٥)

معادلة محور التماثل ص س = -١ (الاحداثي السيني لإحداثيات الرأس)

لإيجاد المقطع الصادي نعوض ق(٠) = |٠ + ٢ × ٠ - ٨| = |-٨| = ٨

المقطع الصادي = ٨

مكتبة الأحياء

الوحدة الثانية الاقترانات الأسية واللوغاريتمية

(١) أي الاقترانات الآتية أسيا:

(أ) ق(س) = $\frac{1}{5^{-س}}$ أسي لأنه ق(س) = $5^{س}$

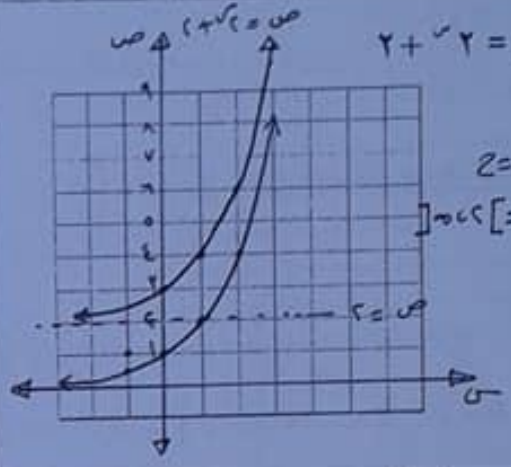
(ب) م(س) = $\left(-\frac{1}{2}\right)^{س}$ ليس اقترانا أسيا

(جـ) ك(س) = $\left(\sqrt{3}\right)^{س}$ اقتران أسي

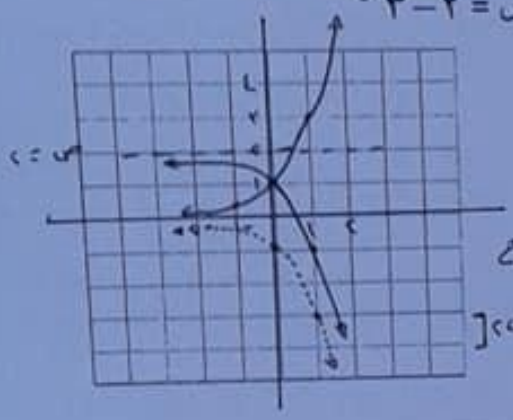
(د) ل(س) = $(-0.5)^{س}$ اقترانا أسيا

(٢) مثل كلا من الاقترانات الآتية بيانيا وحدد مدى كل منها:

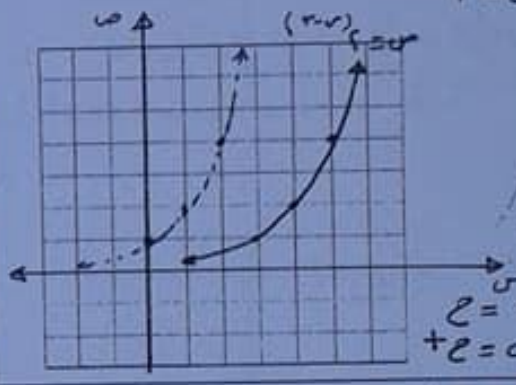
(١) ص = $2^{س} + 2$



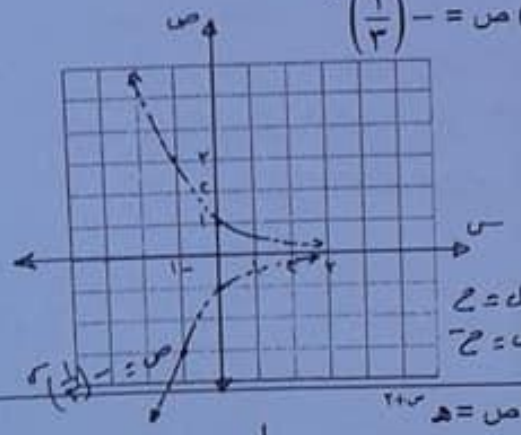
(٢) ص = $2 - 3^{س}$



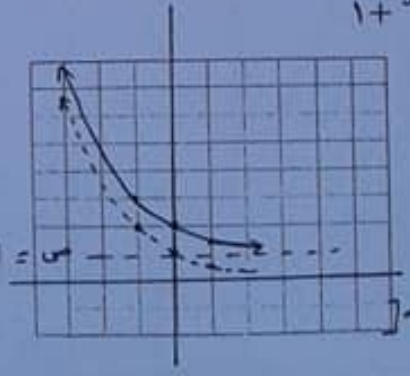
(٣) ص = $2^{(س-3)}$



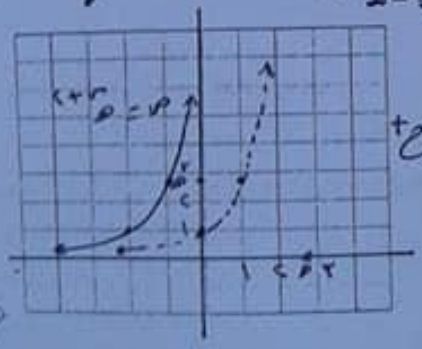
(٤) ص = $-\left(\frac{1}{3}\right)^{س}$



(٥) ص = $2^{-س} + 1$



(٦) ص = $هـ^{س+2}$



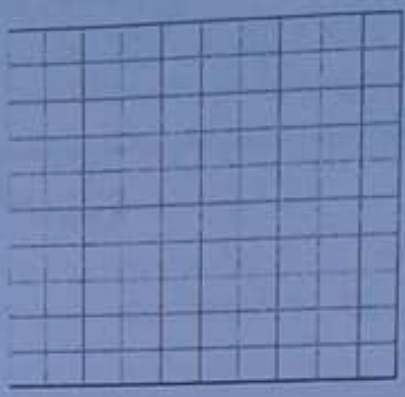
ص = $\left(\frac{1}{هـ}\right)^{س}$

ص = $\left(\frac{1}{هـ}\right)^{س}$

= $هـ^{-س}$

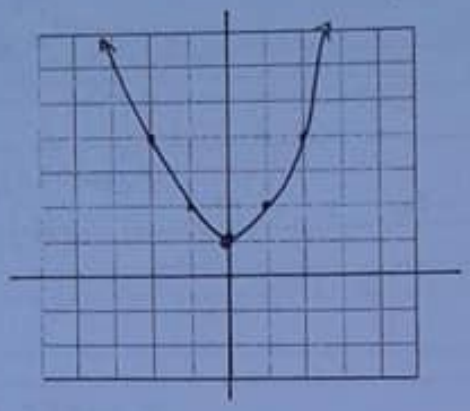
نرسم ص = $هـ^{س}$

ونعكس في محور الصادات

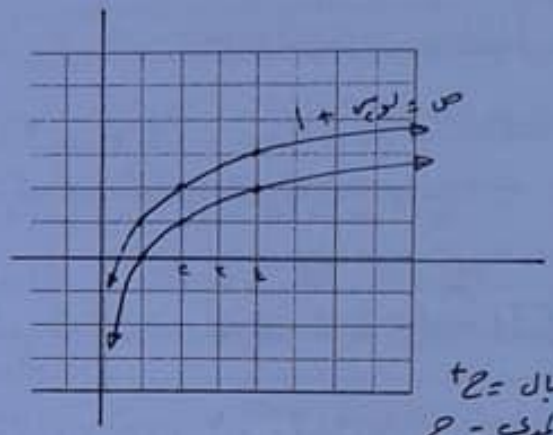


المدى = ح+

(٨) ص = $\begin{cases} ٢^{س} & ، \ س \geq ٠ \\ ٢^{-س} & ، \ س < ٠ \end{cases}$



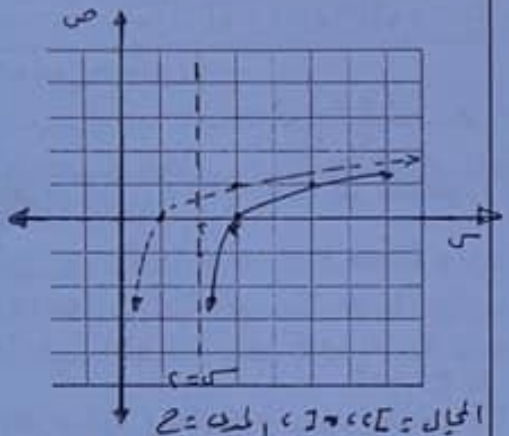
(٩) ص = لـو$_{٢}$ س + ١



المجال = ح+

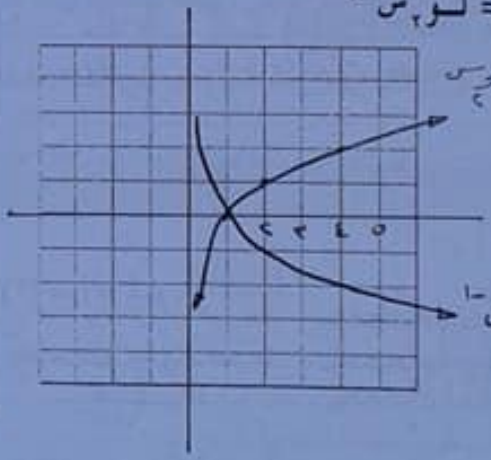
المدى = ح

(١٠) ص = لـو$_{٢}$ (س − ٢)

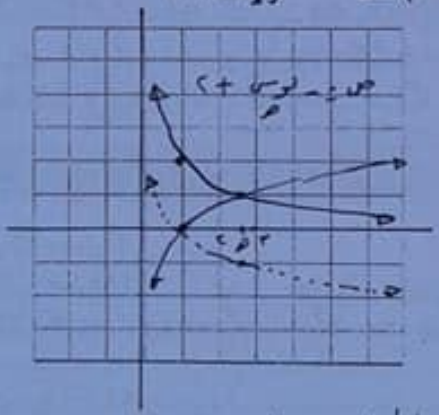


المجال =]٢، ∞[، المدى = ح

(١١) ص = لـو$_{٢}$ س$^{-١}$



(١٢) ص = − لـو$_{٢}$ س + ٢



المجال = ح+

المدى = ح

مكتبة الأميال

(٣) أحسب قيمة ما يلي : (دون استخدام الحاسبة)

(١) $\log_2 64$

$\log_2 2^6 = 6$

(٢) $\log_{\frac{1}{3}} 0.027$

$\log_{\frac{1}{3}} \frac{27}{1000} = \log_{\frac{1}{3}} 27 - \log_{\frac{1}{3}} 1000$

$= -3 - 3\log_{\frac{1}{3}} 10$

(٣) $\log_4 20 - \log_4 5$

$\log_4 \left(\frac{20}{5}\right) = \log_4 4 = 1$

(٤) $\log_5 \frac{1}{625} = \log_5 \left(\frac{1}{5}\right)^4$

$= -4 \log_5 5 = -4$

(٥) $\log_4 32 + \log_4 2$

$= \log_4 (32 \times 2) = \log_4 64 = \log_4 4^3$

$= 3$

(٦) $\log_{\frac{1}{10}} 0.0001$

$\log_{\frac{1}{10}} \left(\frac{1}{10}\right)^4 = \log_{\frac{1}{10}} 10^{-4} = -4$

(٧) $\log_{18} 18 + \log_8 8 - \log_6 4$

$= \log_6 \left(\frac{18 \times 8}{4}\right) = \log_6 36 = \log_6 6^2 = 2$

(٤) اذا كان الاقتران ق(س) = $أ(2)^{س} + ب$ يمر بالنقطتين (١ ، ٤) ، (٢ ، ١٢) . ما قيمة كلا من أ ، ب

$ق(1) = 4 \Leftarrow 4 = أ(2)^1 + ب \Leftarrow 4 = 2أ + ب$ ... ①

$ق(2) = 12 \Leftarrow 12 = أ(2)^2 + ب \Leftarrow 12 = 4أ + ب$ ... ②

بطرح المعادلة ① من ② ينتج ... $8 = 2أ \Leftarrow أ = 4$

بالتعويض في ① ... $4 = 2(4) + ب \Leftarrow ب = -4$

(٥) اذا كان الاقتران ق(س) = $أ^{س} + ب$ يمر بالنقطتين (٢ ، ٦) ، (٤ ، ١٠) . ما قيمة كلا من أ ، ب

$ق(2) = 6 \Leftarrow 6 = أ^2 + ب$ ... ①

$ق(4) = 10 \Leftarrow 10 = أ^4 + ب$ ... ②

بضرب المعادلة ① في (-١) ثم جمعها مع ② ... ③

③ ، بالتعويض في ① ... $أ = 2$

$6 = 4 + ب \Leftarrow ب = 2$

(٦) جد مجال كل من الاقترانات الآتية :

(١) ص = $\log_4 (4 - س^2)$

يكون ص معرف عندما :

$4 - س^2 > 0$

$س^2 < 4$

$-2 < س < 2$

المجال = $]-2, 2[$

(٢) ص = $\log_{\frac{1}{2}} \frac{س^2 - 1}{س + 1}$

يكون ص معرف عندما

$\frac{س^2 - 1}{س + 1} > 0$

$\frac{(س - 1)(س + 1)}{س + 1} > 0$

$س - 1 > 0$

$س > 1$

المجال = $]1, \infty[$

(٣) ص = $\log_7 (3س - 2 - س^2)$

يكون ص معرف عندما

$3س - 2 - س^2 > 0$

$س^2 - 3س + 2 < 0$

$(س - 2)(س - 1) < 0$

$1 < س < 2$

المجال = $]1, 2[$

(٤) ص = $1 - \log_2 (س^2 + 2)$

يكون ص معرف عندما $س^2 + 2 > 0$

وحيث أن $س^2 \geq 0$ لجميع قيم س الحقيقية

$\therefore س^2 + 2 > 0$ لجميع قيم س الحقيقية

المجال = ح

كتب قاعدة الاقتران م(س) وهو انعكاس للاقتران ق(س) = ٣^س في محور السينات متبوعا بانسحاب ٥ وحدات الى اليسار

م(س) = ق(س) = ٣^(س+٥)

(٩) أوجد قيمة ما يلي مقربا الناتج لأقرب منزلتين عشريتين :

(١) $٥ - \frac{١}{هـ^{٢}}$

≈ ٤,٨٦ -

(٢) ٦ - ٢هـ

≈ ٥,٥٦

(١٠) صف بالكلمات التحويلات الهندسية الاتية على ق(س) = ١^س :

(أ) هـ(س) = ٢ - ١^(س-٥)

إنعكاس الاقتران ق(س) = P^س في محور السينات ثم انسحاب ٥ وحدات يمينا ثم تمدد رأسي للأعلى

(ب) م(س) = ١^(-س+٣) + ٢

إنسحاب ق(س) = ١^س ٣ وحدات يسارا متبوعا بانعكاس في محور الصادات متبوعا بانسحاب وحدتين للأعلى

(١١) أكمل العبارات الآتية :-

(أ) مجال الاقتران ص = لو٣ س ..... ح+ ..... ومداه ..... ح .....

(ب) مجال الاقتران ص = ١^س هو ..... ح ..... ومداه ..... ح+ .....

(١٢) احسب كلا من المقطع السيني والمقطع الصادي للاقتران ق(س) = لو٣ (٣س + ٨)

المقطع السيني = $-\frac{٧}{٣}$ ، المقطع الصادي = ٣

(١٣) معتمدا على رسم ق(س) = لو٣ س في الشكل المقابل ، ارسم كلا مما يلي :-

(٠,٦١) ← (١,٨٠)
(٢,٤١) ← (١,٩٢)
(٢,٧٤) ← (٤,٢٢)

(أ) ص = ١^س : نقوم بعمل انعكاس للاقتران ق(س) حول المستقيم ص = س حيث ص = P^س

(ب) ص = ٤ + ١^س

(جـ) ص = $\left(\frac{١}{١}\right)^{س}$

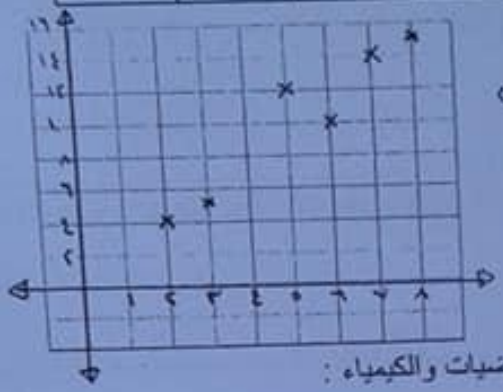
(د) ص = ١ - لو٣ س

حل الفرع ب ، جـ ، د
تكون بالتحويلات الهندسية
التي تم التدريب عليها سابقاً

الوحدة الثالثة: الإحصاء والاحتمالات

(١) إرسم شكل الإنتشار التوزيع الآتى وبين نوع الإرتباط :

س	٢	٨	٣	٥	٧	٦
ص	٤	١٥	٥	١٢	١٤	١٠



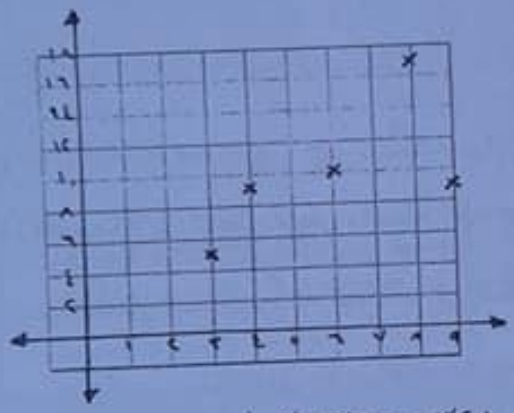
ارتباط خطى إيجابى قوى

(٢) الجدول الآتي يبين علامات ٥ طلاب في مبحثي الرياضيات والكيمياء :

س	٣	٦	٤	٨	٩
ص	٥	١٠	٩	١٧	٩

(١) ارسم شكل الانتشار المناسب

(٢) احسب معامل ارتباط بيرسون ، وبين نوعه .



س	ص	س ص	س٢	ص٢
٣	٥	١٥	٩	٢٥
٦	١٠	٦٠	٣٦	١٠٠
٤	٩	٣٦	١٦	٨١
٨	١٧	١٣٦	٦٤	٢٨٩
٩	٩	٨١	٨١	٨١
٣٠	٥٠	٣٢٨	٢٠٦	٥٧٦

$$ر = \frac{ك س ص - ن س ص}{\sqrt{ك س^2 - ن س^2} \sqrt{ك ص^2 - ن ص^2}}$$

$$س = \frac{ك س}{ن} = \frac{٣٠}{٥} = ٦ \qquad ص = \frac{ك ص}{ن} = \frac{٥٠}{٥} = ١٠$$

$$ر = \frac{٣٢٨ - ٣٠٠}{\sqrt{٢٠٦ - ٥ \times ٦^2} \sqrt{٥٧٦ - ٥ \times ١٠^2}} = \frac{٢٨}{\sqrt{٢٦} \sqrt{٧٦}} = \frac{٢٨}{\sqrt{٧٦ \times ٢٦}} \approx ٠,٦٣$$

ارتباط إيجابى قوى

(٣)عند حساب معامل إرتباط سبيرمان لعينة حجمها ١٠ عناصر كان مجموع مربعات الفروق بين الرتب المتناظرة يساوي ١٢ ، احسب معامل الارتباط .

$$ر = ١ - \frac{٦ ك ف^2}{ن (ن^2 - ١)}$$

$$= ١ - \frac{١٢ \times ٦}{١٠ (١٠٠ - ١)}$$

$$= ١ - \frac{٧٢}{٩٩٠} \approx ٠,٩٣$$

ارتباط إيجابى قوى

(٤) كانت تقديرات ٦ طلاب في مبحثي الفيزياء والكيمياء في الشهر الأول كما في الجدول الآتي :

	①	(٥,٥)	(٤,٥)	(٤,٥)	(٤)	(٥,٥)
س	متوسط	ممتاز	جيد	جيد	جيد جدا	ممتاز
ص	جيد	جيد جدا	جيد	جيد جدا	ممتاز	ممتاز
	٢,٥	٣,٥	٢,٥	٢,٥	٣,٥	٣,٥

(أ) هل يمكن حساب معامل ارتباط بيرسون لهذا التوزيع ؟ ولماذا ؟

بيانات وصفية ، لذلك لا يمكن حساب معامل بيرسون

(ب) احسب معامل ارتباط سبيرمان

س	ص	رتب س	رتب ص	ف	ف٢
		١	١,٥	-٠,٥	٠,٢٥
		٥,٥	٣,٥	٢	٤
		٢,٥	١,٥	١	١
		٢,٥	٣,٥	-١	١
		٤	٥,٥	-١,٥	٢,٢٥
		٥,٥	٥,٥	صفر	صفر
				← مج ف٢	٨,٥

ر = ١ − ٦ مج ف٢ / ن(ن٢ − ١)

ر = ١ − ٦ × ٨,٥ / ٣٥ × ٦

ر = ١ − ٤٩,٥ / ٢١٠ = ١ − ٠,٤١ = ٠,٥٩

(٥) كانت درجات الحرارة خلال خمسة أيام في مدينتي غزة ورام الله كما في الجدول :

	⑤	(٤,٥)	(٤)	①	(٤,٥)
س	٢٥	٢٠	٢٢	١٨	٢٠
ص	١٨	٢٠	٢٠	١٥	١٧
	③	(٤,٥)	(٤)	①	⑤

(١) احسب معامل ارتباط بيرسون

(٢) احسب معامل ارتباط سبيرمان

(٣) أي المعاملين أكثر دقة ولماذا ؟

أولا / معامل ارتباط بيرسون :

س	ص	س ص	س٢	ص٢
٢٠	١٧	٣٤٠	٤٠٠	٢٨٩
١٨	١٥	٢٧٠	٣٢٤	٢٢٥
٢٢	٢٠	٤٤٠	٤٨٤	٤٠٠
٢٠	٢٠	٤٠٠	٤٠٠	٤٠٠
٢٥	١٨	٤٥٠	٦٢٥	٣٢٤
١٠٥	٩٠	١٩٠٠	٢٢٢٣	١٦٢٨

س̄ = ١٠٥ / ٥ = ٢١ ، ص̄ = ٩٠ / ٥ = ١٨

ر = ١٩٠٠ − ١٨ × ٢١ × ٥ / √(٢٢٢٣ − ٥ × ٤٤١) √(١٦٢٨ − ٥ × ٣٢٤)

= ١٠ / √٢٨ √١٨ = ١٠ / ٢٢,٥ = ٠,٤٥ ارتباط طردي ضعيف

ثانيا/ معامل ارتباط سبيرمان :

س	ص	رتب س	رتب ص	ف	ف٢
٢٠	١٧	٢,٥	٢	٠,٥	٠,٢٥
١٨	١٥	١	١	٠	٠
٢٢	٢٠	٤	٤,٥	-٠,٥	٠,٢٥
٢٠	٢٠	٢,٥	٤,٥	-٢	٤
٢٥	١٨	٥	٣	٢	٤
				مج ف٢	٨,٥

ر = ١ − ٦ × ٨,٥ / ٢٤ × ٢٥

= ١ − ٣٩ / ٦٠ = ٢١ / ٦٠ = ٠,٣٥

ارتباط طردي ضعيف

ملاحظة هامة // معامل ارتباط بيرسون لا يساوي معامل ارتباط سبيرمان وبعتبر بيرسون الأدق من سبيرمان

(٦) عند حساب معامل ارتباط سبيرمان لعينة حجمها ٥ عناصر وجد أن معامل الارتباط ر = ٠,٨ . احسب $\sum d^2$

$ر = ١ - \frac{٦ \sum d^2}{ن(ن^2 - ١)}$	$\sum d^2 = ١٠ \times \frac{٢٠}{٥} = ٤٠$
$٠,٨ = ١ - \frac{٦ \times \sum d^2}{١٢٠}$	$\sum d^2 = ٤٠$
$\frac{٦ \times \sum d^2}{١٢٠} = ١ - ٠,٨ = ٠,٢$	

(٧) احسب معادلة خط انحدار ص على س للتوزيع الآتي :

س	٢٠	٥	٣	٤	٦	٢
ص	١	٨	٥	٩	١٠	٣

ثم احسب قيمة ص عندما س = ٨

س	ص	س ص	$س^2$
-٢	١	-٢	٤
٥	٨	٤٠	٢٥
٣	٥	١٥	٩
٤	٩	٣٦	١٦
٦	١٠	٦٠	٣٦
٢	٣	٦	٤
$\sum س = ١٨$	$\sum ص = ٣٦$	$\sum س ص = ١٥٥,٢$	$\sum س^2 = ٩٤$

$\bar{س} = \frac{١٨}{٦} = ٣$ ، $\bar{ص} = \frac{٣٦}{٦} = ٦$

$ب = \frac{\sum س ص - ن \bar{س} \bar{ص}}{\sum س^2 - ن \bar{س}^2} = \frac{١٥٥,٢ - ٦ \times ٣ \times ٦}{٩٤ - ٦ \times ٩} = \frac{١٥٥,٢ - ١٠٨}{٩٤ - ٥٤} = \frac{٤٧}{٤٠}$

$أ = \bar{ص} - ب \bar{س} = ٦ - \frac{٤٧}{٤٠} \times ٣ = \frac{٩٩}{٤٠}$

معادلة خط الانحدار $\hat{ص} = \frac{٤٧}{٤٠} س + \frac{٩٩}{٤٠}$

(٨) بكم طريقة يمكن لأربعة أشخاص أن يجلسوا في خمسة أماكن في خط مستقيم ؟

عدد الطرق $= ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ = ١٢٠$

(٩) ليكن س = {٢، ٣، ٥، ٧} ، كم عددا مكونا من ٣ منازل يمكن تكوينه من المجموعة س ؟

(أ) إذا سمح بتكرار الرقم في أكثر من منزلة ..... [٤] [٤] [٤] ..... عدد الأعداد $= ٤ \times ٤ \times ٤ = ٦٤$

(ب) اذا لم يسمح بتكرار الرقم في أكثر من منزلة ..... عدد الأعداد $= ٤ \times ٣ \times ٢ = ٢٤$

(١٠) احسب قيمة كلا مما يلي : (دون استخدام الحاسبة)

(١) $٤! = ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ٢٤$

(٢) $١٦! - ١٣! = ٧٢٠ - ٦ = ٧١٤$

(٣) $ل(٥، ٣) = ٥ \times ٤ \times ٣ = ٦٠$

(٤) $١٠! = ١$

(٥) $\frac{١٨!}{١٦! + ١٧!} = \frac{١٦! \times ١٧ \times ١٨}{١٦! + ١٦! \times ١٧} = \frac{١٦! \times ١٧ \times ١٨}{١٦! (١ + ١٧)} = \frac{١٧ \times ١٨}{١٨} = ١٧$

(٦) $ل(١٠٠، ٠) = ١$

(١١) اذا كان $ن! = ١٢٠$ ، ما قيمة ن ؟

١	١٢٠
٢	١٢٠
٣	٦٠
٤	٢٠
٥	٥
١	

$١٢٠ = ١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥ = ٥!$

ن = ٥

ليكن س = {٢، ٣، ٤، ٥، ٧}

(أ) كم عددا زوجيا مكونا من ٣ منازل يمكن تكوينه إذا سمح بتكرار الرقم في أكثر من منزلة ؟

آحاد | عشرات | مئات
٢ | ٥ | ٥

عدد الأعداد = ٢ × ٥ × ٥ = ٥٠

(ب) كم عددا فرديا مكونا من ٣ منازل يمكن تكوينه إذا سمح بتكرار الرقم في أكثر من منزلة ؟

عدد الأعداد الفردية = ٣ × ٥ × ٥ = ٧٥

عدد طرق الكل = ٣ × ٤ × ٤ = ٤٨ ، عدد طرق الثاني = ٣ × ٤ × ٣ = ٣٦ ، ٤٨ + ٣٦ = ٨٤

(١٣) بكم طريقة يمكن أن يجلس ٤ طلاب في خط مستقيم بشرط أن يكون اثنان منهم متجاوران ؟

في حالة جلوس الأول في أول مقعد: ١ × ١ × ٢ × ١ = ٢ طريقة
عدد طرق جلوس الثاني = ٢ ، عدد طرق الثالث = ٢ ، عدد طرق الرابع = ١
عدد طرق جلوس الأول في المقعد الثاني = ٢

(١٤) كم عددا مكونا من ٤ منازل يمكن تكوينه من الأرقام ١، ٢، ٣، ٤، ٥ إذا سمح بتكرار الرقم في أكثر من منزلة بشرط أن يكون العدد أصغر من ٤٠٠٠ ؟

آحاد | عشرات | مئات | ألوف
٥ | ٥ | ٥ | ٣

عدد الطرق = ٣ × ٥ × ٥ × ٥ = ٣٧٥

(١٥) صف مكون من ١٠ طلاب ، ٨ طالبات . بكم طريقة يمكن أن يختار معلم لجنة مكونة من ٣ طلاب و طالبتين ؟

عدد الطرق = $\binom{١٠}{٣}\binom{٨}{٢} = \frac{٨ \times ٩ \times ١٠}{١ \times ٢ \times ٣} \times \frac{٧ \times ٨}{١ \times ٢} = ١٢٠ \times ٢٨ = ٣٣٦٠$

(١٦) جد قيمة ن في كل مما يلي :

(أ) ل(٤،ن) = ٢٤

بما أن جميع الحدود سالبة ، أسس ٤ ⇐ ٢ × ٣ × ٤ ⇐ ل(٤،٣) = ٢٤ ⇐ ن = ٣

أو ن = ٤ ⇐ ل(٤،٤) = ١ × ٢ × ٣ × ٤ = ٢٤

(ب) ل(ن،٣) = ٩٩٠

بما أن عدد الأعداد متتالية ، عدد الحدود = ٩٩ ⇐ ل(ن،٣) = ٩٩ × ١٠ × ١١ ⇐ ن = ١١

(جـ) ل(ن+٣، ٢) = ٣٠

بما أن عدد الأعداد متتالية ، عدد الحدود = ٣٠ ⇐ ن + ٢ = ٦ ⇐ ن = ٣

ل(٦، ٢) = ٦ × ٥ = ٣٠

(١٧) احسب قيمة ما يلي :

(أ) $\binom{٥}{٣} = \frac{٣ \times ٤ \times ٥}{١ \times ٢ \times ٣} = ١٠$

(ب) $\binom{٥٠}{٥٠} = ١$

(جـ) $\binom{١٠٠}{٩٩} = \binom{١٠٠}{١} = ١٠٠$

(د) $\binom{٨}{٦} = \binom{٨}{٢} = \frac{٧ \times ٨}{١ \times ٢} = ٢٨$

(هـ) $\binom{٨}{٢} = \frac{٧ \times ٨}{١ \times ٢} = ٢٨$

(و) $\binom{٣٠}{٠} = ١$

(١٩) جد قيمة ن في كل مما يلي :

(أ) $\binom{ن}{٣} = ١٠$

ل(ن،٣) = ١٠ × ٦

ل(ن،٣) = ٦٠

بما أن عدد الأعداد متتالية ، عدد الحدود = ٣

ل(ن،٣) = ل(٥،٣) ⇐ ن = ٥

(ب) $\binom{ن}{٧} = \binom{ن}{٢}$

ن = ٧ + ٢ = ٩ ، لأن $\binom{٩}{٧} = \binom{٩}{٢}$

(ب) $\binom{ن}{٢} = ٣ \times \binom{ن}{٠} \times \binom{ن}{ر}$

$\binom{ن}{٢} = \frac{ل(ن،٢)}{٢!}$ | $٣ = ١ \times ١ \times ٣ = \binom{٣}{٠} \times \binom{٣}{٠} \times \binom{٣}{٣}$

$ل(ن،٢) = ٦ = ل(٣،٢) \Leftarrow ن = ٣$

(د) $\frac{(ن+١)!}{(ن-١)!} = ٢٠$

$\frac{(ن+١)\,ن\,(ن-١)!}{(ن-١)!} = ٥ \times ٤ = ٢٠$ | $(ن+١)\,ن = ٢٠$

$ن = ٤$

(١٨) أوجد مفكوك ما يلي :

(أ) $(س+٢)^{٤}$

(ب) $\left(\frac{س}{٢} + \frac{٢}{س}\right)^{٣} = \binom{٣}{٠}\left(\frac{س}{٢}\right)^{٣}\left(\frac{٢}{س}\right)^{٠} + \binom{٣}{١}\left(\frac{س}{٢}\right)^{٢}\left(\frac{٢}{س}\right)^{١} + \binom{٣}{٢}\left(\frac{س}{٢}\right)^{١}\left(\frac{٢}{س}\right)^{٢} + \binom{٣}{٣}\left(\frac{س}{٢}\right)^{٠}\left(\frac{٢}{س}\right)^{٣}$

$= \frac{س^{٣}}{٨} \times ١ \times ١ + ٣ \times \frac{س^{٢}}{٤} \times \frac{٢}{س} + ٣ \times \frac{س}{٢} \times \frac{٤}{س^{٢}} + ١ \times ١ \times \frac{٨}{س^{٣}}$

$= \frac{س^{٣}}{٨} + \frac{٣س}{٢} + \frac{٦}{س} + \frac{٨}{س^{٣}}$

(جـ) $(١-س)^{٥}$

$= \binom{٥}{٠}(-س)^{٠} + \binom{٥}{١}(-س)^{١} + \binom{٥}{٢}(-س)^{٢} + \binom{٥}{٣}(-س)^{٣} + \binom{٥}{٤}(-س)^{٤} + \binom{٥}{٥}(-س)^{٥}$

$= ١ - ٥س + ١٠س^{٢} - ١٠س^{٣} + ٥س^{٤} - س^{٥}$

(١٩) اثبت ان : $\binom{ن+١}{ر+١} = \binom{ن+١}{ن-ر}$

الطرف الأيمن $= \frac{(ن+١)!}{(ن+٢-ر-١)!(ن-ر)!} = \frac{(ن+١)!}{(ن+١)!(ن-ر)!}$

الطرف الأيسر $= \frac{(ن+١)!}{(ن-ر)!(ن+١-ن+ر)!} = \frac{(ن+١)!}{(ن-ر)!(ر+١)!}$ ⇐ الطرفان متساويان

(٢٠) جد الحد الرابع في مفكوك $\left(\frac{٣}{س} + س\right)^{٦}$

$ح_{٤} = ح_{٣+١} = \binom{٦}{٣}(\text{الأول})^{٦-٣}(\text{الثاني})^{٣} = ٢٠ \times \left(\frac{٣}{س}\right)^{٣} \times س^{٣} = ٢٠ \times \frac{٢٧}{س^{٣}} \times س^{٣}$

$= ٥٤٠$

(٢١) جد الحد الأوسط في مفكوك : $\left(٢س + \frac{١}{٢}\right)^{٨}$

رتبة الحد الأوسط $= \frac{٨}{٢} + ١ = ٤ + ١ = ٥ \Leftarrow ح_{٥}$ هو الحد الأوسط

$ح_{٥} = \binom{٨}{٤}(٢س)^{٨-٤}\left(\frac{١}{٢}\right)^{٤} = ٧٠ \times ١٦س^{٤} \times \frac{١}{١٦} = ٧٠س^{٤}$

(٢٢) جد الحدان الأوسطان في مفكوك : $\left(\frac{٢}{٣}ص + ٣\right)^{٧}$

يوجد حدان أوسطان لأنه لا توجد

رتبة الحد الأوسط الأول $= \frac{٧+١}{٢} = \frac{٨}{٢} = ٤$

الحد الأوسط الأول $= ح_{٤} = ح_{٣+١}$

$ح_{٤} = \binom{٧}{٣}\left(\frac{٢ص}{٣}\right)^{٤}(٣)^{٣} = ٣٥ \times \frac{١٦ص^{٤}}{٨١} \times ٢٧ = \frac{٥٦٠ص^{٤}}{٣}$

$ح_{٥} = ح_{٤+١} = \binom{٧}{٤}\left(\frac{٢ص}{٣}\right)^{٣}(٣)^{٤} = ٣٥ \times \frac{٨ص^{٣}}{٢٧} \times ٨١ = ٢٤٠ص^{٣}$

معامل $س^{٤}$ في مفكوك $(٤ + ٣س)^{٥}$

نفرض $ح_{ر+١}$ يحتوي على $س^{٤}$

$ح_{ر+١} = ن_{ر} (٥، ر) \times (٣س)^{ر} \times ٤^{٥-ر}$

$ح_{ر+١}$ يحتوي على $س^{٤}$ ⇐ $ر = ٤$

معامل $ح_{٥} = (٥، ٤) \times ٣^{٤} \times ٤^{١}$

$= ٥ \times ٤ \times ٨١ = ١٦٢٠$

(٢٤) جد الحد الخالي من س في مفكوك $\left(٣س + \frac{١}{س}\right)^{٨}$

نفرض الحد الخالي من س هو $ح_{ر+١}$

$ح_{ر+١} = ن_{ر} (٨، ر) \times (٣س)^{٨-ر} \times \left(\frac{١}{س}\right)^{ر}$

$= (٨، ر) \times ٣^{٨-ر} \times س^{٨-ر} \times س^{-ر}$

$ح_{ر+١} = (٨، ر) \times ٣^{٨-ر} \times س^{٨-٢ر}$

بوضع $٨ - ٢ر = ٠$ ⇐ $ر = ٤$

الحد الخامس هو الحد الخالي من س

$ح_{٥} = (٨، ٤) \times ٣^{٤} \times س^{٠} = ٧٠ \times ٨١ \times ١ = ٥٦٧٠$

(٢٥) عبر عن كل مما يلي بالصورة ل (ن ، ن)

(أ) $٨ \times ٦ \times ٤ \times ٧ \times ٥ \times ٤ = ل(٨، ٥) \times ٤$

(ب) $٢٠٢٤ = ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ = ل(٩، ٤)$

(جـ) $(ن^{٢} + ٢ن)(ن^{٢} - ١) = ن(ن+٢)(ن+١)(ن-١)$

$= (ن+٢)(ن+١)\, ن\, (ن-١)$

$= ل(ن+٢، ٤)$

١	٢٠٢٤
٢	٢٠٢٤
٣	١٥١٢
٨	٧٥٦
٤	٢٧٨
٣	١٨٩
٩	٦٣
٢	٢١
٧	٧
	١

٦

(٢٦) اذا كان $ن! = ٢٤$ فما قيمة $\binom{٣ن}{٢}$

بما أن $ن! = ٢٤$ ⇐ $ن = ٤$

$\binom{٣ن}{٢} = \binom{١٢}{٢} = \frac{١٢ \times ١١}{١ \times ٢} = ٦٦$

(٢٧) إذا كان $ل(٣ن ، ٢) = ٧٢$ ، فما قيمة $(٢ن)!$

نبحث عن عددين طبيعيين حاصل ضربهما $= ٧٢$

$٧٢ = ٨ \times ٩$ ⇐ $٣ن = ٩$ ⇐ $ن = ٣$

$(٢ن)! = (٦)!$

$= ٦!$

$= ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١$

$= ٧٢٠$

(٢٨) مدرسة لها سبعة أبواب ، بكم طريقة يمكن لخمسة أشخاص الخروج منها ؟

عدد الطرق $= ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ = ٢٥٢٠$

(٢٩) التقى أربعة أصدقاء فصافح كل منهم الآخر ، كم مصافحة تمت بين الأصدقاء؟

عدد المصافحات $= \binom{٤}{٢} = \frac{٣ \times ٤}{١ \times ٢} = ٦$

(٣٠) إذا كان $\binom{١٤}{ر} = \binom{١٤}{٢ر - ١}$ ، فما قيمة ر؟

إما $ر = ٢ر - ١$ ⇐ $ر = ١$

أو $ر + ٢ر - ١ = ١٤$

$٣ر - ١ = ١٤$

$٣ر = ١٥$ ⇐ $ر = ٥$

$ر = ١$ أو $ر = ٥$

ملاحظة : عدد أقطار مضلع ن ضلع = $\binom{ن}{2} - ن$

(٣١) ما عدد أقطار الشكل السداسي ؟

عدد أقطار المضلع $= \binom{6}{2} - 6 = 15 - 6 = 9$

(٣٢) إذا كان $\frac{4}{(ن+1)!} + \frac{2}{(ن-1)!} = \frac{7}{ن!}$ ، فما قيمة ن ؟

بالضرب × $(ن+1)!$

$\frac{4}{(ن+1)!} \times (ن+1)! + \frac{2}{(ن-1)!} \times (ن+1)! = \frac{7}{ن!} \times (ن+1)!$

$4 + \frac{2(ن+1)ن(ن-1)!}{(ن-1)!} = \frac{7(ن+1)ن!}{ن!}$

$4 + 2ن(ن+1) = 7(ن+1)$

$4 + 2ن^2 + 2ن = 7ن + 7$

$2ن^2 - 5ن - 3 = 0$

$(2ن + 1)(ن - 3) = 0$

$ن = -\frac{1}{2}$ أو $ن = 3$

مرفوض ✗ مقبول ✓

(٣٣) إذا كان الحد الثالث عشر يساوي الحد الرابع عشر في مفكوك $(1 - س)^{25}$ ، فما قيمة س ؟

$ح_{ن+1} = ح_{13} = \binom{25}{12} (1)^{25-12} (-س)^{12} = \binom{25}{12} س^{12}$

$ح_{ن+1} = ح_{14} = \binom{25}{13} (1)^{25-13} (-س)^{13} = -\binom{25}{13} س^{13}$

بما أن $ح_{13} = ح_{14}$

$\binom{25}{12} س^{12} = -\binom{25}{13} س^{13}$

$س^{12} = -س^{13}$

$س^{13} + س^{12} = 0$

$س^{12}(س + 1) = 0$

إما $س = 0$ أو $س = -1$

مكتبة الأحباب